M2 Version guidée

01 | Un drôle de calcul

Enoncé

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie-le par 3.
3. Ajoute 6.
4. Divise ce résultat par 3.
5. Soustraie le nombre choisi à l'étape 1 de la réponse de l'étape 4.

Exploration

Analyse quelques exemples en complétant le tableau suivant. Tu peux utiliser un tableur ou une calculatrice pour effectuer les calculs.

	Exemple 1	Exemple 2	Exemple 3	Exemple 4
Choisis un nombre.				
Multiplie-le par 3.				
Ajoute 6.				
Divise par 3.				
Soustraie le nombre de la première ligne du nombre de la 4e ligne.				

Conjecture

Décris le phénomène observé :

Si on effectue l'algorithme décrit ci-dessus, on obtient toujours

____________________________________.

Une preuve ?

Est-ce que cette conjecture est toujours vraie ? On peut le **prouver** en utilisant les techniques du **calcul littéral**.

Appelons n le nombre choisi au début.

Répétons les calculs effectués lors de l'exploration (mais en utilisant n) :

Choisis un nombre.	n
Multiplie-le par 3.	
Ajoute 6.	
Divise par 3.	
Soustraie le nombre de la première ligne du nombre de la 4e ligne.	
Effectue et réduit l'expression.	

Le résultat final est égal à ____, peu importe le nombre n avec lequel on commence.

Conclusion

	✅ ❓ ❌
Si on effectue l'algorithme suivant : 1. Choisis à un nombre. 2. Multiplie-le par 3. 3. Ajoute 6. 4. Divise ce résultat par 3. 5. Soustraie le nombre du début de l'étape 1 de la réponse de l'étape 4. Alors on obtient toujours le résultat final _________.	

02 | Joyeux anniversaire !

Énoncé

Prends le numéro du mois de ton anniversaire (1 pour janvier, 2 pour février, ...) et multiplie-le par 2. Ajoute 5, puis multiplie le résultat par 50. Ajoute le jour du mois de ton anniversaire. Retranche 250. Tu obtiens un nombre à 4 ou 3 chiffres.

Exploration

Analyse quelques exemples en complétant le tableau suivant. Tu peux utiliser un tableur ou une calculatrice pour effectuer les calculs.

	Élève 1	Élève 2	Élève 3	Élève 4
Prends le mois de ton anniversaire.				
Multiplie par 2.				
Ajoute 5.				
Multiplie par 50.				
Ajoute le jour de l'anniversaire.				
Retranche 250.				

Compare les résultats finaux avec les anniversaires du début.

Conjecture

Complète le texte suivant pour décrire le phénomène observé :

Le résultat final affiche la _______________ d'un anniversaire de la façon suivante :

6. Le nombre formé par le chiffre des _______________ et le chiffre des _______________ du résultat final représente le mois de l'anniversaire.
7. Le nombre formé par le chiffre des ______________ et le chiffre des _________ du résultat final représente le _______________ de l'anniversaire.

Une preuve ?

Est-ce que cette règle fonctionne toujours ? Pour le savoir, il y a deux possibilités :

Possibilité 1 :

Essaie avec **toutes les dates** possibles : du 01.01 au 31.12. Combien de cas faut-il vérifier ?

Pour évaluer un tel nombre de cas différents, il est conseillé d'utiliser un **tableur** ou un **langage de programmation** pour automatiser les calculs.

Après évaluation de tous les cas nous constatons que

Possibilité 2 :

Nous allons essayer de **prouver** la conjecture en utilisant les techniques du **calcul littéral**.

Appelons le jour de l'anniversaire d'une personne j.

Appelons le mois d'une personne m.

Prends le mois de l'anniversaire.	m
Multiplie par 2.	
Ajoute 5.	
Multiplie par 50.	
Ajoute le jour de l'anniversaire.	
Retranche 250.	
Effectue et réduis l'expression obtenue.	

Le résultat final est égal à ______________ .

Les deux derniers chiffres de ce résultat représentent ___________________________________.

Le premier ou les deux premiers chiffres de ce résultat représente(nt) ______________________.

Conclusion

En effet, si on suit l'algorithme suivant :

Prends le numéro du mois de ton anniversaire.
Multiplie par 2.
Ajoute 5.
Multiplie par 50.
Ajoute le jour du mois de ton anniversaire.
Retranche 250.

Alors on obtient :

- un nombre à trois chiffres si le mois de l'anniversaire est inférieur ou égal à _____. Le chiffre des centaines de ce nombre représente le _________ et les deux derniers chiffres représentent le _________ de l'anniversaire.
- un nombre à quatre chiffres si le mois de l'anniversaire est supérieur ou égal à _____. Le chiffre des centaines de ce nombre représente le _________ et les deux derniers chiffres représentent le _________ de l'anniversaire.

03 | Multiplier par 9

Énoncé

Choisis un nombre entier entre 1 et 10. Multiplie-le par 9. Additionne les chiffres du nouveau nombre et ajoutes-y 4. Que se passe-t-il ?

Exploration

Analyse quelques exemples :

	Exemple 1	Exemple 2	Exemple 3	Exemple 4	Exemple 5
Choisis un nombre compris entre 1 et 10.	1	2	3	4	5
Multiplie par 9.					
Additionne les chiffres.					
Ajoute 4.					

Nous constatons que le résultat de cet algorithme semble toujours être égal à ___________.

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

Si on prend un nombre compris entre 1 et 10, le multiplie par 9, puis calcule la somme des chiffres du résultat et finalement on y ajoute 4, **alors** on obtient le nombre _______.

Une preuve ?

En fait, il nous reste uniquement _____ autres cas à vérifier. Si nous arrivons à vérifier notre règle pour ces cas, notre conjecture est prouvée :

Choisis un nombre compris entre 1 et 10.					
Multiplie-le par 9.					
Additionne les chiffres.					
Ajoute 4.					

La règle fonctionne-t-elle également pour des nombres plus grands que 10 ? Essaie quelques exemples :

Choisis un nombre supérieur à 10					
Multiplie-le par 9.					
Additionne les chiffres.					
Ajoute 4.					

Que peux-tu conclure ?

La règle	☐	fonctionne	pour des nombres supérieurs à 10.
	☐	ne fonctionne pas	

Conclusion

	✔ ? ✖
En effet, si on prend n'importe quel nombre entier compris entre 1 et 10 et si on suit l'algorithme suivant : Multiplie-le par 9. Additionne les chiffres. Ajoute 4. Alors on obtient toujours le résultat final _________.	

04 | Multiplier par 6

Énoncé

Prends un nombre pair et multiplie-le par 6. Compare le chiffre des unités avec celui du nombre choisi au départ. Que constates-tu ?

Exploration

Analyse quelques exemples :

	Exemple 1	Exemple 2	Exemple 3	Exemple 4
Choisis un nombre pair.	4	12		
Multiplie-le par 6.				
Chiffre des unités du résultat.				
Chiffre des unités du nombre choisi au départ.				

Il semble que le chiffre des unités du résultat de cet algorithme est toujours égal____.

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

Si un nombre pair est multiplié par 6, alors le chiffre des unités du résultat est égal____.

Une preuve ?

Appelons le nombre du début n.

Comme n est pair, n peut s'écrire comme…	
Multiplie-le par 6.	
Effectue l'expression.	

Le résultat final est égal à _____________.

Écris ce résultat comme somme de deux termes :

__________ = _________ + _________

Le chiffre des unités se trouve ici.

Le chiffre des unités est égal ____.

Conclusion

En effet, nous avons réussi à démontrer le théorème suivant :

Si un nombre pair est multiplié par 6, alors le chiffre des unités du résultat est égal ____.	

05| Trois chiffres se transforment en six chiffres

Énoncé

1. Choisis un nombre à trois chiffres et écris-le deux fois à la suite pour obtenir un nombre à six chiffres. Par exemple, 371371 ou 552552.
2. Divise le nombre par 7.
3. Divise le résultat par 11.
4. Divise le résultat par 13.

Exploration

Analyse quelques exemples en complétant le tableau suivant. Tu peux utiliser un tableur ou une calculatrice pour effectuer les calculs.

	Exemple 1	Exemple 2	Exemple 3	Exemple 4
Choisis un nombre à trois chiffres				
Écris-le deux fois pour obtenir un nombre à 6 chiffres.				
Divise-le par 7.				
Divise-le par 11.				
Divise-le par 13.				

Conjecture

Décris le phénomène observé :

Si on choisit un nombre à 3 chiffres et on effectue l'algorithme décrit ci-dessus, on obtient ____.

Une preuve ?

Est-ce que cette règle fonctionne toujours ? Pour le vérifier, on peut utiliser les techniques du **calcul littéral**.

Appelons n le nombre à 3 chiffres du début.

Étape 1 :

Construisons le nombre à 6 chiffres obtenu en répétant deux fois le nombre n.

Aide : Sers-toi de ta calculatrice. Tape le nombre à 3 chiffres n. Quel calcul peux-tu effectuer pour que la calculatrice affiche le nombre à 6 chiffres composés de deux fois le nombre à 3 chiffres.

Le nombre à 6 chiffres s'écrit de la manière suivante (en utilisant n) : ________________________

Étape 2 :

Continuons maintenant à exécuter l'algorithme.

Choisis un nombre à trois chiffres.	n
Écris-le deux fois pour obtenir un nombre à 6 chiffres.	
Divise-le par 7.	
Divise-le par 11.	
Divise-le par 13.	
Écris l'expression sous forme de fraction.	
Effectue et simplifie la fraction autant que possible.	

Le nombre obtenu est : ____

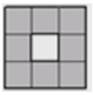
Conclusion

	✅ ❓ ❌
Si on choisit un nombre à trois chiffres et on applique l'algorithme suivant : 1. Écris-le deux fois pour obtenir un nombre à six chiffres. 2. Divise le nombre par 7. 3. Divise le résultat par 11. 4. Divise le résultat par 13. alors on obtient toujours ____ .	

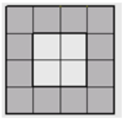
06 | Des carreaux de mosaïques

Énoncé

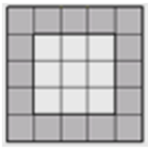
Voici des carreaux de mosaïque. Des carreaux gris sont disposés autour de différents carrés formés de carreaux blancs. En voici quatre exemples.



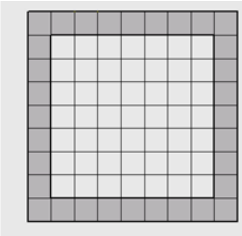
Carré Taille 1



Carré Taille 2



Carré Taille 3



Carré Taille 7

Compte les carreaux gris. Que constates-tu ?

Exploration

Analyse quelques exemples en complétant le tableau suivant.

Taille du carré blanc	Dessin	Nombre de carreaux gris
4		
5		
6		

Conjecture

Décris le phénomène observé :

Le nombre de carreaux gris entourant un carré de taille n est égal à ________.

Une preuve ?

Est-ce que cette règle fonctionne toujours ? Pour le vérifier, on peut utiliser les techniques du **calcul littéral**.

Appelons n la taille du carré blanc.

La taille du carré blanc.	n
La taille du carré blanc et gris.	
Le nombre de carreaux gris.	
Développe et simplifie.	

Si le carré blanc est de taille n, le nombre de carreaux gris est __________________________.

Conclusion

Le nombre de carreaux gris entourant un carré de taille n est égal à ________.	

07 | Le calendrier

Énoncé

On peut grouper les cases de chaque mois de ce calendrier en carrés de différentes tailles :

janvier 1

L	M	M	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

février 2

L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

mars 3

L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

avril 4

L	M	M	J	V	S	D
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

mai 5

L	M	M	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

juin 6

L	M	M	J	V	S	D
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Étape 1 : Dessine quelques carrés sur le calendrier.

- Commence par dessiner des carrés de 2×2 jours.
- Puis essaie avec des carrés de 3×3 jours.

Étape 2 : Pour chaque carré que tu as dessiné :

- Multiplie le nombre en haut à droite avec le nombre en bas à gauche.
- Multiplie le nombre en haut à gauche avec le nombre en bas à droite.
- Calcule la différence entre ces deux produits.

Voici deux exemples :

février 2

L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

$$11 \cdot 17 - 10 \cdot 18 = 7$$

mai 5

L	M	M	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

$$14 \cdot 26 - 12 \cdot 28 = 28$$

Que constate-t-on ?

Exploration

Dessine des carrés de différentes tailles dans le calendrier suivant. Complète ensuite le tableau.

janvier 1

L	M	M	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

février 2

L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

mars 3

L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

avril 4

L	M	M	J	V	S	D
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

mai 5

L	M	M	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

juin 6

L	M	M	J	V	S	D
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

juillet 7

L	M	M	J	V	S	D
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

août 8

L	M	M	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

septembre 9

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

octobre 10

L	M	M	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

novembre 11

L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

décembre 12

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Carré de taille	Nombre coin supérieur droit	Nombre coin inférieur gauche	Produit des deux	Nombre coin supérieur gauche	Nombre coin inférieur droite	Produit des deux	Différenc e
2							
2							
2							
3							

3							
3							
4							
4							
4							

Conjecture

Décris le phénomène observé :

Nous constatons que la différence entre le produit du nombre situé dans le coin supérieur droit avec le nombre situé dans le coin inférieur gauche et le produit du nombre situé dans le coin supérieur gauche avec le nombre situé dans le coin inférieur droit d'un carré de taille n est égal à

_________________.

Une preuve ?

Est-ce que cette règle fonctionne toujours ? Pour le vérifier, on peut utiliser les techniques du **calcul littéral**.

Appelons n la taille du carré et appelons a le nombre dans le coin supérieur gauche.

Coin supérieur gauche	a
Coin supérieur droit	
Coin inférieur gauche	
Coin inférieur droit	
Produit du nombre dans le coin supérieur droite avec le nombre dans le coin supérieur gauche	
Produit du nombre dans le coin supérieur gauche avec le nombre dans le coin supérieur droit	
Différence des deux produits	
Effectuer le calcul et simplifier.	

Conclusion

	✓ ? ✗
La différence entre le produit du nombre situé dans le coin supérieur droite avec le nombre situé dans le coin inférieur gauche et le produit du nombre situé dans le coin supérieur gauche avec le nombre situé dans le coin inférieur droite d'un carré de taille n est égal à _________________.	

08 | Somme des nombres impairs

Énoncé

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 1+3 &= 4 \\ 1+3+5 &= 9 \\ 1+3+5+7 &= 16 \\ 1+3+5+7+9 &= 25 \\ &\dots \\ 1+3+5+\dots+197+199 &= 100\,000 \end{aligned}$$

Que constates-tu ?

Exploration

Utilise un tableur ou une calculatrice pour compléter le tableau suivant :

Étape k		
1	$1 =$	$=$
2	$1+3 =$	$=$
3	$1+3+5 =$	$=$
4	$1+3+5+7 =$	$=$
5	$1+3+5+7+9 =$	$=$
6	$1+3+5+7+9+11 =$	$=$
7	$1+3+5+7+9+11+13 =$	$=$

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

La somme des k nombres impairs est un ____________________ et est égal à _________.

Une preuve ?

Nous allons prouver la conjecture pour des sommes allant jusqu'à 100. Il y a _________ cas à vérifier. Comme ce nombre est relativement grand, il est raisonnable d'utiliser un **tableur** ou une **langue de programmation** :

Dans ce cas, nous te proposons d'utiliser un tableur (comme Excel, Numbers, Google Sheets, ...) et de dresser une liste comparable à celle-ci-dessous :

	A	B	C	D	E
1 2	Étape k	k-ième nombre impair	somme des k premiers nombres impairs consécutifs	Conjecture	Contrôle
3	1	1	1	1	TRUE
4	2	3	4	4	TRUE
5	3	5	9	9	TRUE
6	4	7	16	16	TRUE
7	5	9	25	25	TRUE
8	6	11	36	36	TRUE
9	7	13	49	49	TRUE
10	8	15	64	64	TRUE
11	9	17	81	81	TRUE
12	10	19	100	100	TRUE
13	11	21	121	121	TRUE
14	12	23	144	144	TRUE
15	13	25	169	169	TRUE

Pour vérifier tous les cas possibles, il est clair que tu dois travailler avec des **formules** :

Dans la colonne A, on commence par écrire 1 dans la case A3. Puis dans la case A4, on écrit une formule qui ajoute 1 à la case du dessus (A3+1). Ensuite, on tire cette formule vers le bas pour remplir toute la colonne. On obtient ainsi : 1, 2, 3, 4...

	A	B	C	D	E
1 2	Étape k	k-ième nombre impair	somme des k premiers nombres impairs consécutifs	Conjecture	Contrôle
3	1				
4	=A3+1				
5					

Dans la colonne B, on écrit aussi 1 dans la case B3. Mais dans la case B4, on ajoute 2 à la case du dessus (B3+2). On tire cette formule vers le bas. On obtient : 1, 3, 5, 7...

	A	B	C	D	E
1 2	Étape k	k-ième nombre impair	somme des k premiers nombres impairs consécutifs	Conjecture	Contrôle
3	1	1			
4	2	=B3+2			
5	3				

Pour la colonne C, dans la case C4, on additionne la valeur de C3 avec celle de B4. Puis on tire cette formule vers le bas. Cette colonne nous permet de voir comment les nombres se cumulent.

	A	B	C	D	E
1–2	Étape k	k-ième nombre impair	somme des k premiers nombres impairs consécutifs	Conjecture	Contrôle
3	1	1	1		
4	2	3	=C3+B4		
5	3	5			

Dans la colonne D, on va tester notre idée : on écrit notre formule dans la case D3 et on la tire vers le bas.

La colonne E nous servira à vérifier si notre idée est correcte ou non.

	A	B	C	D	E
1–2	Étape k	k-ième nombre impair	somme des k premiers nombres impairs consécutifs	Conjecture	Contrôle
3	1	1	1	1	=C3=D3
4	2	3	4	4	
5	3	5	9	9	

De cette façon, il est facile de vérifier tous les cas pour k allant de 1 à _________.

Conclusion

La somme des k nombres impairs est un _________ et est égal à _________ (pour k allant de 1 à __________).

La conjecture reste-elle vraie pour des valeurs de k supérieures à 100 ?

Effectue des recherches sur Internet ou demande de l'aide à une intelligence artificielle pour trouver des réponses !

09 | Ajouter 41

Énoncé

Choisis un nombre naturel n. Multiplie-le par lui-même. Ajoute au résultat le nombre choisi au départ, puis ajoute 41. Commence par $n = 0$, puis passe à $n = 1$ et ainsi de suite. Que constates-tu ?

Exploration

Analyse quelques exemples :

n	Multiplie n par lui même	Ajoute n	Ajoute 41	Résultat final	Diviseurs du résultat final
0					
1					
2					
3					
4					
5					

Les résultats finaux sont tous des nombres ___________________________.

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

Si on multiplie un nombre par soi-même, puis on ajoute le nombre choisi au départ et finalement on ajoute 41, on obtient _________________________.

Une preuve ?

Essaie d'expliquer pourquoi ta règle fonctionne toujours ou cherche des contre-exemples. Tu peux te servir des outils technologiques à ta disposition.

Vérifie ta conjecture jusqu'à n= 40 et n=41. Utilise un tableur (ou fais-le à la main si ça t'amuse). Que constates-tu ?

Conclusion

Écris un court commentaire pour résumer tes observations et réflexions.

10 | Des 3 suivis d'un 1

Énoncé

Quels sont les diviseurs de 31 ? De 331 ? Et de 3331 ? Que constates-tu ?

Exploration

Analyse quelques exemples :

Nombre	Divisieurs
31	{1, 31}
331	
3331	

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

Tous les nombres de la forme 333...1 sont des nombres _________________.

Une preuve ?

Essaie d'expliquer pourquoi ta règle fonctionne toujours ou cherche des contre-exemples. Tu peux te servir des outils technologiques à ta disposition.

Vérifie ta conjecture jusqu'à la 8e étape. Utilise un tableur (ou fais-le à la main si ça t'amuse). Que constates-tu ?

Conclusion

Écris un court commentaire pour résumer tes observations et réflexions.

11 | Des puissances de 2 un peu particulières

Énoncé

Prends un nombre naturel n. Élève 2 à la puissance n pour obtenir le résultat m. Puis, élève 2 à la puissance m. Ajoute 1 au résultat.

Commence par $n = 0$, puis passe à $n = 1$ et ainsi de suite. Que constates-tu ?

Exploration

Analyse quelques exemples :

n	2^n	2^{2^n}	$2^{2^n}+1$
0	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2+1=3$
1	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$4+1=5$

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

Tous les nombres de la forme $2^{2^n}+1$ sont des nombres _______________.

Une preuve ?

Essaie d'expliquer pourquoi ta règle fonctionne toujours ou cherche des contre-exemples. Tu peux te servir des outils technologiques à ta disposition.

Vérifie ta conjecture jusqu'à $n = 5$. Utilise une calculatrice ou un tableur pour faire les calculs. Utilise une intelligence artificielle ou un moteur de recherche pour vérifier ta conjecture. Que constates-tu ?

Conclusion

Écris un court commentaire pour résumer tes observations et réflexions.

12 | Trouver des diviseurs communs

Énoncé

Prends un nombre naturel n. Calcule la valeur de $A = n^2 + 7$ et de $B = (n + 1)^2 + 7$, puis essaie de trouver des diviseurs communs de A et de B. Commence par $n = 0$, puis passe à $n = 1$ et ainsi de suite. Que constates-tu ?

Exploration

Analyse quelques exemples :

n	$A = n^2 + 7$	$B = (n + 1)^2 + 7$	pgcd(A,B)
0	7	8	1
1	8	11	1

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

Tous les nombres de la forme $n^2 + 7$ et $(n + 1)^2 + 7$ sont

________________________________.

Une preuve ?

Essaie d'expliquer pourquoi ta règle fonctionne toujours ou cherche des contre-exemples. Tu peux te servir des outils technologiques à ta disposition.

Vérifie ta conjecture jusqu'à $n = 14$. Utilise une calculatrice ou un tableur pour faire les calculs. Que constates-tu ?

Conclusion

Écris un court commentaire pour résumer tes observations et réflexions.

13 | Nombres pairs et nombres premiers

Énoncé

$$\begin{aligned} 4 &= 2 + 2 \\ 6 &= 3 + 3 \\ 8 &= 5 + 3 \\ 10 &= 7 + 3 \\ 12 &= 7 + 5 \\ 14 &= 7 + 7 \\ 16 &= 11 + 5 \\ &\dots \\ 100 &= 41 + 59 \end{aligned}$$

Reconnais-tu un schéma ?

Exploration

Analyse quelques exemples supplémentaires :

$16 = 11 + 5$	11 et 5 sont des nombres ________________ .
$18 =$	________ et ________ sont des nombres ______________ .
$20 =$	________ et ________ sont des nombres ______________ .
$22 =$	________ et ________ sont des nombres ______________ .
$24 =$	________ et ________ sont des nombres ______________ .
$26 =$	________ et ________ sont des nombres ______________ .
$28 =$	________ et ________ sont des nombres ______________ .
$30 =$	________ et ________ sont des nombres ______________ .

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

Tout nombre ______________ inférieur ou égal à 100 peut s'écrire comme somme de deux nombres ______________ .

Une preuve ?

Essaie d'expliquer pourquoi ta règle fonctionne toujours ou cherche des contre-exemples. Tu peux te servir des outils technologiques à ta disposition.

Effectue des recherches sur Internet ou demande de l'aide à une intelligence artificielle pour trouver des réponses !

Tu peux également utiliser le script suivant pour trouver des solutions :

main.py > ...

```python
import sympy

a=int(input('Enter an even number:'))

for p in sympy.primerange(0, 200):
  if sympy.isprime(a-p):
    print(a,'=',p,'+',a-p)

```

Arrives-tu à réécrire tout nombre pair inférieur ou égal à 100 sous la forme d'une somme de deux nombres premiers ? ☐ Oui ☐ Non

Contre-exemple ?

____ .

Existe-t-il des nombres pairs supérieurs à 100 que l'on ne peut pas réécrire comme somme de deux nombres premiers ?

____ .

Conclusion

	✅ ❓ ❌
Tout nombre _______________ inférieur ou égal à 100 peut s'écrire comme somme de deux nombres ______________.	
Tout nombre _______________ peut s'écrire comme somme de deux nombres _______________. Ce problème est connu sous le nom de _________________________.	

14 | Un algorithme qui se termine toujours ?

Énoncé

Choisis un nombre entier compris entre 1 et 100.

- S'il est pair, tu le divises par 2.
- S'il est impair, tu le multiplies par 3 et tu ajoutes 1 au résultat.

Répète cette opération un grand nombre de fois. Que constates-tu ?

Exploration

Analyse quelques exemples :

Nombre entier compris entre 1 et 100	Résultats intermédiaires	Résultat le plus petit
1	4; 2; 1; 4; 2; 1; …	1
2	1; 4; 2; 1; 4; 2; 1; …	1
3	10; 5; 16; 8; 4; 2; 1; 4; 2; 1; …	1
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

Pour des nombres entiers choisis entre 1 et 100, l'algorithme décrit ci-dessus aboutit toujours à la valeur ________ après un nombre fini d'itérations.

Une preuve ?

Essaie d'expliquer pourquoi ta règle fonctionne toujours ou cherche des contre-exemples. Tu peux te servir des outils technologiques à ta disposition.

Effectue des recherches sur Internet ou demande de l'aide à une intelligence artificielle pour trouver des réponses !

Nous te proposons également de tester la conjecture sur plusieurs cas sur le site suivant : https://www.dcode.fr/conjecture-syracuse

Pour tous les nombres compris entre 1 et 100, est-ce que l'algorithme aboutit toujours au nombre 1 après un nombre fini d'itérations ? ☐ Oui ☐ Non

Existe-il un contre-exemple ?

____ .

Et si tu prends des nombres de départ supérieurs à 100 ?

____

____

Conclusion

	✔ ? ✘
Pour des nombres entiers choisis entre 1 et 100, l'algorithme décrit ci-dessus aboutit toujours à la valeur ________ après un nombre fini d'itérations.	
Pour **n'importe quel nombre entier positif**, l'algorithme décrit ci-dessus aboutit toujours à la valeur ________ après un nombre fini d'itérations. Ce problème est connu sous le nom de ______________________________.	

15 | Une somme de 4 cubes

Énoncé

$$1 = 1^3 + 0^3 + 0^3 + 0^3$$
$$2 = 1^3 + 1^3 + 0^3 + 0^3$$
$$3 = 1^3 + 1^3 + 1^3 + 0^3$$
$$4 = 1^3 + 1^3 + 1^3 + 1^3$$
$$5 = 2^3 + (-1)^3 + (-1)^3 + (-1)^3$$
$$\ldots$$
$$13 = 10^3 + 7^3 + 1^3 + (-11)^3$$

Que constates-tu ?

Exploration

Analyse quelques exemples supplémentaires :

$6 =$	$8 - 1 - 1 + 0$	$=$
$7 =$	$8 - 1 + 0 + 0$	$=$
$8 =$		$=$
$9 =$		

Conjecture

En te basant sur les résultats de l'exploration précédente, essaie de formuler une règle générale :

Tout nombre entier compris entre 1 et 13 peut être réécrit comme la

____.

Une preuve ?

Essaie d'expliquer pourquoi ta règle fonctionne toujours ou cherche des contre-exemples. Tu peux te servir des outils technologiques à ta disposition.

Effectue des recherches sur Internet ou demande de l'aide à une intelligence artificielle pour vérifier les cas restants !	
$10 =$	$=$
$11 =$	$=$
$12 =$	$=$

Pour tous les nombres compris entre 1 et 13, est-il possible de les réécrire sous la forme d'une ___________________________________ ? ☐ Oui ☐ Non

Existe-il un contre-exemple ?

____ .

Et si tu prends des nombres supérieurs à 13 ?

____

____

Conclusion

Tout nombre entier compris entre 1 et 13 peut être réécrit comme la ____.	
Tout **nombre entier positif** peut être réécrit comme la ____. Ce problème est connu sous le nom du ____________________________.	