

2.3 Matériels Pédagogiques

M1 Les codes-barres sont partout ! Mais où exactement ?

Regarde autour de toi. Peux-tu apercevoir des code-barres ? Si oui, photographie-les et télécharge-les sur la plateforme suivante :

<https://flinga.fi/s/FV6B92C>



Connais-tu d'autres endroits où on peut trouver des code-barres ? Quel rôle jouent-ils ? Pourquoi sont-ils utilisés ?

M2 La base de données

Les code-barres se réfèrent souvent à une **base de données** qui permet d'associer les différents codes à d'autres informations concernant l'objet scanné.

Dans un magasin de vêtements, tous les produits sont marqués par un code-barres unique qui est relié avec le prix du produit. Le lecteur lit le code et identifie ainsi le produit. La **base de données** du système permet d'attribuer un prix à chaque produit.

Code	Produit	Prix
10011		50 €
11100		30 €
01100		45 €
00011		60 €
00100		15 €
01101		100 €
11001		30 €
01010		10 €
11101		100 €
00010		80 €
10101		50 €

À la caisse

- Beyoncé achète les articles suivants. Combien doit-elle payer ?



Beyoncé doit payer _____ .

- Justin dépose les articles suivants à la caisse du magasin. Combien doit-il payer ?



Justin doit payer _____ .

Quelques réflexions

- La disposition ou l'orientation des code-barres ont-elles un effet sur la qualité du scan ?

- Le codage des produits se fait à l'aide d'un code de _____ chiffres composé des chiffres _____ et _____.

M3 Tester les limites du lecteur de codes-barres

Lors du transport des marchandises ou à la suite d'accidents, il peut arriver que l'étiquette qui porte le code-barres soit abîmée ou modifiée.

Essaie de scanner les différents codes-barres abîmés. Ton lecteur est-il capable de reconnaître tous les codes ?

Indique par  si le code est lisible et par  s'il ne l'est pas.

Étiquette abîmée	Description de la lésion	Lisible ?
		
		
		

Étiquette abîmée	Description de la lésion	Lisible ?
<p>4</p>  <p>00 817 512029</p>		
<p>7</p>  <p>622201 7918 4</p>		
<p>5</p>  <p>41 038 1 1279</p>		
<p>9</p>  <p>82359 3 37 3</p>		

Que peux-tu conclure ?

M4 La clé de contrôle

Dans l'activité précédente, tu as remarqué que le lecteur peut même identifier des codes abîmés, sous condition que les dégâts ne soient pas trop importants. En effet, le lecteur peut lire le code abîmé quand il y a **au plus un seul chiffre** qui n'est pas lisible sur l'étiquette. Ceci est faisable grâce à une **clé de contrôle** contenu dans le code qui permet de récupérer un chiffre manquant, le cas échéant. L'idée de la clé de contrôle consiste à ajouter au code un chiffre supplémentaire (normalement à la fin du code) qui est **calculé à partir des autres chiffres du code** en utilisant une certaine formule ou algorithme mathématique.

La clé de contrôle permet également de **contrôler** si le code a été **bien saisi** dans le système informatique ou s'il s'agit d'un **code fautif**.

Comment calculer la clé de contrôle ?

Prenons un code composé de 4 chiffres choisis parmi les éléments de l'ensemble

$$A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

Alice et **Bob** proposent deux méthodes différentes pour calculer la clé de contrôle :

Alice	Bob
 <p>Je calcule la somme des 3 premiers chiffres du code. La clé de contrôle sera le dernier chiffre du résultat obtenu.</p>	 <p>Je calcule le produit des 3 premiers chiffres du code. La clé de contrôle sera le dernier chiffre du résultat obtenu.</p>

Exercice : Examine quelques exemples :

Code	Alice			Bob		
	Somme des chiffres	Clé de contrôle	Code complet	Produit des chiffres	Clé de contrôle	Code complet
115	7	7	1157	5	5	1155
602						
542						
922						
859						

Est-ce que les deux méthodes fonctionnent pour générer des codes-barres ?

Exercice : Les codes sont-ils corrects ?

Marque par  les codes corrects et par  les codes incorrects :

Codes d'Alice

Code complet	Code sans clé de contrôle	Clé de contrôle calculée selon la méthode	Correct ou incorrect ?
1236			
0461			
4734			
9876			

Codes de Bob

Code complet	Code sans clé de contrôle	Clé de contrôle calculée selon la méthode	Correct ou incorrect ?
1236			
0461			
4734			
9876			

Est-ce que la clé de contrôle permet de vérifier si le code a été bien saisi ? Dans les deux méthodes ?

M5 Un code abîmé

Alice et Bob rencontrent un problème : Par malchance, un de leurs codes est rendu illisible ! Peux-tu les aider à retrouver le code initial ?

Code abîmé d'Alice	Code abîmé de Bob
  23x2	  23x2

Souviens-toi :

- Alice calcule la **somme des 3 premiers chiffres** du code et la clé de contrôle (donc le 4e chiffre) est le **dernier chiffre** du résultat.
- Bob calcule le **produit des 3 premiers chiffres** du code et la clé de contrôle (donc le 4e chiffre) est le **dernier chiffre** du résultat.

Code abîmé d'Alice	Code abîmé de Bob																																												
<p>La somme des chiffres est :</p> <p>$S =$ _____</p> <p>Le dernier chiffre de S est 2.</p> <p>x prend ses valeurs dans l'ensemble</p> $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Le dernier chiffre de S est 2 pour</p> <p>$S =$ _____</p> <p>Ainsi :</p> <p>$x =$ _____</p> <p>Il y a _____ possibilité pour la valeur de x.</p> <p>Code initial : _____</p>	x	S	1	6	2		3		4		5		6		7		8		9		0		<p>Le produit des chiffres est :</p> <p>$P =$ _____</p> <p>Le dernier chiffre de P est le chiffre 2.</p> <p>x prend ses valeurs dans l'ensemble</p> $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>P</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Le dernier chiffre de P est 2 pour</p> <p>$P =$ _____</p> <p>Ainsi :</p> <p>$x =$ _____</p> <p>Il y a _____ possibilités pour la valeur de x.</p> <p>Code initial : _____</p>	x	P	1	6	2		3		4		5		6		7		8		9		0	
x	S																																												
1	6																																												
2																																													
3																																													
4																																													
5																																													
6																																													
7																																													
8																																													
9																																													
0																																													
x	P																																												
1	6																																												
2																																													
3																																													
4																																													
5																																													
6																																													
7																																													
8																																													
9																																													
0																																													

M6 Calculer un chiffre manquant

Imaginons maintenant que, dans chaque code, il y a **un seul** chiffre qui est illisible pour le lecteur. On note le chiffre illisible par x . Est-ce que la clé de contrôle permettra de retrouver le chiffre manquant dans tous les cas ?

Les codes abîmés d'Alice

Alice calcule la **somme des 3 premiers chiffres** du code et la clé de contrôle sera le **dernier chiffre** du résultat.

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des 3 premiers chiffres	Résultat de la somme	Valeur de x	Code initial
58x2	2	$5 + 8 + x = 13 + x$	22	9	5892
x148					
1x51					
79x3					

Est-ce que dans chacun des cas on retrouve la valeur de x ?

Les codes abîmés de Bob

Bob calcule le **produit des chiffres** du code et la clé de contrôle sera le **dernier chiffre** du résultat.

Code abîmé	Clé de contrôle	Produit des 3 premiers chiffres	Résultat du produit	Valeur de x	Code initial
x178	8	$x \cdot 1 \cdot 7 = x \cdot 7$	28	4	4178
1x31					
23x6					
15x3					

Est-ce que dans chacun des cas on retrouve la valeur de x ?

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

- Le système d'**Alice** est mieux que celui de **Bob**, car il permet de retrouver un unique code à partir de la clé de contrôle.
- Le système de **Bob** est mieux que celui d'**Alice**, car il permet de retrouver plusieurs codes à partir de la clé de contrôle.
- Les systèmes d'**Alice** et de **Bob** sont équivalents, car ils permettent tous les deux de retrouver au moins un code initial à partir de la clé de contrôle.

M7 Rappel : La division euclidienne

D'un point de vue mathématique, que signifie-t-il de « prendre le dernier chiffre d'un nombre » comme clé de contrôle ? Pour expliquer ce concept en détail, tu auras besoin de la **division euclidienne**.

Définition

La **division euclidienne** est une opération qui à deux nombres naturels appelés **dividende** D et **diviseur** d associe deux autres nombres naturels appelés **quotient** q et **reste** r tel que :

$$D = d \cdot q + r \text{ où } 0 \leq r < d$$

Exemples :

Division euclidienne de 57 par 2 :

$$\begin{array}{r} 57 : 2 = 28 \\ \underline{4} \\ 17 \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$$

$57 = 2 \cdot 28 + 1$, donc le **reste** de la division euclidienne de 57 par 2 est égal à 1.

Division euclidienne de 57 par 3 :

$$\begin{array}{r} 57 : 3 = 19 \\ \underline{3} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$57 = 3 \cdot 19 + 0$, donc le **reste** de la division euclidienne de 57 par 3 est égal à 0.

Division euclidienne de 57 par 5 :

$$\begin{array}{r} 57 : 5 = 11 \\ \underline{5} \\ 07 \\ \underline{5} \\ 2 \end{array}$$

$57 = 5 \cdot 11 + 2$, donc le **reste** de la division euclidienne de 57 par 5 est égal à 2.

Division euclidienne de 57 par 10 :

$$\begin{array}{r} 57 : 10 = 5 \\ \underline{50} \\ 7 \end{array}$$

$57 = 10 \cdot 5 + 7$, donc le **reste** de la division euclidienne de 57 par 10 est égal à 7.

M8 Calcul mental

Exemples :

- $16 = 2 \cdot 8 + 0$, donc le reste de la division euclidienne de 16 par 2 est égal à 0.
- $17 = 2 \cdot 8 + 1$, donc le reste de la division euclidienne de 17 par 2 est égal à 1.

Entraîne-toi à effectuer **mentalement** des divisions euclidiennes !

Division euclidienne par $d = 2$

Division euclidienne par $d = 2$:					
D	q	r	D	q	r
16	8	0	0		
17	8	1	1		
30			2		
75			3		
106			4		
			5		
			6		
			7		
			8		
			9		

Le reste peut prendre les valeurs suivantes : _____ .

Division euclidienne par $d = 3$

Division euclidienne par $d = 3$:					
D	q	r	D	q	r
16	5	1	0		
17			1		
30			2		
75			3		
106			4		
			5		
			6		
			7		
			8		
			9		

Le reste peut prendre les valeurs suivantes : _____ .

Division euclidienne par $d = 5$

Division euclidienne par $d = 5$:					
D	q	r	D	q	r
16	3	1	0		
17			1		
30			2		
75			3		
106			4		
			5		
			6		
			7		
			8		
			9		

Le reste peut prendre les valeurs suivantes : _____ .

Division euclidienne par $d = 10$

Division euclidienne par $d = 10$:					
D	q	r	D	q	r
16	1	6	0		
17			1		
30			2		
75			3		
106			4		
			5		
			6		
			7		
			8		
			9		

Le reste peut prendre les valeurs suivantes : _____ .

Il y a une astuce pour calculer le reste de la division euclidienne par 10. Sais-tu laquelle ?

Utilise cette astuce pour calculer rapidement le reste de la division euclidienne par 10 des nombres suivants :

D	r
93	
170	
245	
568	
1021	

M9 Le même reste pour des nombres différents

Dans l'activité précédente, nous avons trouvé que si on effectue la division euclidienne par un nombre naturel d alors le reste peut prendre les valeurs suivantes :

En tout, le reste peut prendre _____ valeurs différentes.

Par conséquent, beaucoup de nombres auront **le même reste** si on leur applique la division euclidienne par d .

Exemple :

Les nombres 5 et 9 ont le même reste par la division euclidienne par 2.

$$1) 5 = 2 \cdot 2 + 1$$

$$2) 9 = 2 \cdot 4 + 1$$

Considérons d'autres exemples :

Division euclidienne par $d = 5$

Dans la première ligne du tableau ci-dessous, écris des nombres qui ont tous un reste égal à 0 lors d'une division euclidienne par 5. Procède de la même façon pour des restes égaux à 1, 2, 3 et 4.

Division euclidienne par $d = 5$	Nombres						
$r = 0$	0	5	10				
$r = 1$	1						
$r = 2$	2						
$r = 3$	3						
$r = 4$	4						

Division euclidienne par $d = 3$

Répète l'exercice dans le cas de la division euclidienne par 3.

Division euclidienne par $d = 3$	Nombres						
$r =$	0						
$r =$							
$r =$							

M10 Nombres congrus modulo d

Définition

Si deux nombres a et b ont **le même reste par la division euclidienne par d** , alors on dit que les nombres a et b sont **congrus modulo d** . On note :

$$a \equiv b \pmod{d}$$

Exemples :

1)	$16 \equiv 21 \pmod{5}$,	car	$16 = 5 \cdot 3 + 1$	et	$21 = 5 \cdot 4 + 1$
	On écrit :		$16 \equiv 21 \equiv 1 \pmod{5}$		
2)	$16 \equiv 20 \pmod{2}$,	car	$16 = 2 \cdot 8 + 0$	et	$20 = 2 \cdot 10 + 0$
	On écrit :		$16 \equiv 20 \equiv 0 \pmod{2}$		
3)	$16 \equiv 40 \pmod{12}$,	car	$16 = 12 \cdot 1 + 4$	et	$40 = 12 \cdot 3 + 4$
	On écrit :		$16 \equiv 40 \equiv 4 \pmod{12}$		

Exercice 1 :

Selon la norme ISO 8601, l'heure actuelle est affichée dans le format hh : mm : ss où

- hh représente les heures avec une valeur entière comprise entre 00 et 23 (24 : 00 : 00 étant défini comme heure de fin)
- mm représente les minutes avec une valeur entière comprise entre 00 et 59
- ss représente les secondes avec une valeur entière comprise entre 00 et 59
- Un avion décolle à 18 : 40 : 00 à Paris en direction de Santiago de Chili. La durée estimée du vol direct est de 13h30min. À quelle heure (exprimée dans le fuseau horaire de la France), l'avion atterrit-il à l'aéroport de Santiago de Chili ?

- Une fusée met 30h à atteindre la station spatiale internationale (ISS). Si l'arrivée à l'ISS est prévue pour 05:00:00 (GMT+0), à quelle heure (en GMT+0), la fusée doit-elle décoller de la Terre ?

Exercice 2 : Les jours de la semaine

	Indique le jour de la semaine	Calcul
Aujourd'hui, c'est un ...		
Dans 7 jours, ce sera un ...		
Dans 8 jours, ce sera un ...		
Dans 10 jours, ce sera un ...		
Dans 22 jours, ce sera un ...		
Dans 40 jours, ce sera un ...		
Dans 91 jours, ce sera un ...		
Dans 365 jours, ce sera un ...		

M11 Additionner des restes

Imaginons qu'on dispose de deux sachets de bonbons que tu veux distribuer **équitablement** (c'est-à-dire chacun reçoit la même part) à **3 personnes**.

Interaction  Mathigon



7
13
 $7 + 13 = 20$

Division euclidienne par 3

Part 1	Part 2	Part 3	Reste



5
11
 $5 + 11 = 16$

Division euclidienne par 3

Part 1	Part 2	Part 3	Reste

Cas 1 :

Le premier sachet contient 7 bonbons et le deuxième 13.

Alice distribue d'abord équitablement les bonbons du 1^{er} sachet aux 3 personnes. Combien de bonbons reste-t-il du premier sachet ?

a	q_1	r_1
7		

Puis elle distribue ceux du 2^e sachet. Combien de bonbons reste-t-il du deuxième sachet ?

b	q_2	r_2
13		

Au total, combien de bonbons reste-t-il ? _____

Bob procède autrement. Il ouvre les deux sachets et il met les bonbons tous ensemble. Puis il les distribue équitablement aux 3 personnes.

$a + b$	q	r
$7 + 13 = 20$		

Combien de bonbons ne peuvent pas être distribués ? _____

Que constates-tu ?

Cas 2 :

Le premier sachet contient 5 bonbons et le deuxième 11.

Alice distribue d'abord équitablement les bonbons du 1^{er} sachet aux 3 personnes. Combien de bonbons reste-t-il du premier sachet ?

a	q_1	r_1
5		

Puis elle distribue ceux du 2^e sachet. Combien de bonbons reste-t-il du deuxième sachet ?

b	q_2	r_2
11		

Au total, combien de bonbons reste-t-il ?

Que peut-elle faire avec les bonbons restants ?
Combien de bonbons resteront finalement ?

Bob procède autrement. Il ouvre les deux sachets et il met les bonbons tous ensemble. Puis il les distribue équitablement aux 3 personnes.

$a + b$	q	r
$5 + 11 = 16$		

Combien de bonbons ne peuvent pas être distribués ?

Que constates-tu ?

Exercice :

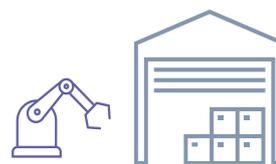
Complète le tableau ci-dessous :

Diviseur	a	r_1	b	r_2	$r_1 + r_2$	$S = a + b$	r
$d = 2$	8		5				
$d = 2$	9		7				
$d = 3$	8		14				
$d = 5$	29		18				
$d = 6$	14		10				
$d = 10$	45		37				

M12 Un nouvel encodage pour Mme Stocktout

Dans le dépôt de Mme Stocktout, il y a **40 articles différents** qui sont tous emballés dans des boîtes identiques. Le dépôt est tellement grand qu'elle décide de programmer un robot qui l'aidera à récupérer et à transporter les articles commandés. Il est prévu que le robot dispose d'un lecteur code-barres pour scanner et identifier les produits. Ainsi, Mme Stocktout doit munir tous les articles d'un code unique. Cependant, Mme Stocktout s'impose quelques restrictions sur le code à utiliser :

- Elle veut que le code soit composé d'**exactement 2 chiffres**.
- Elle veut utiliser **le moins de chiffres différents possibles**.
- Les chiffres employés sont des **nombres consécutifs**.

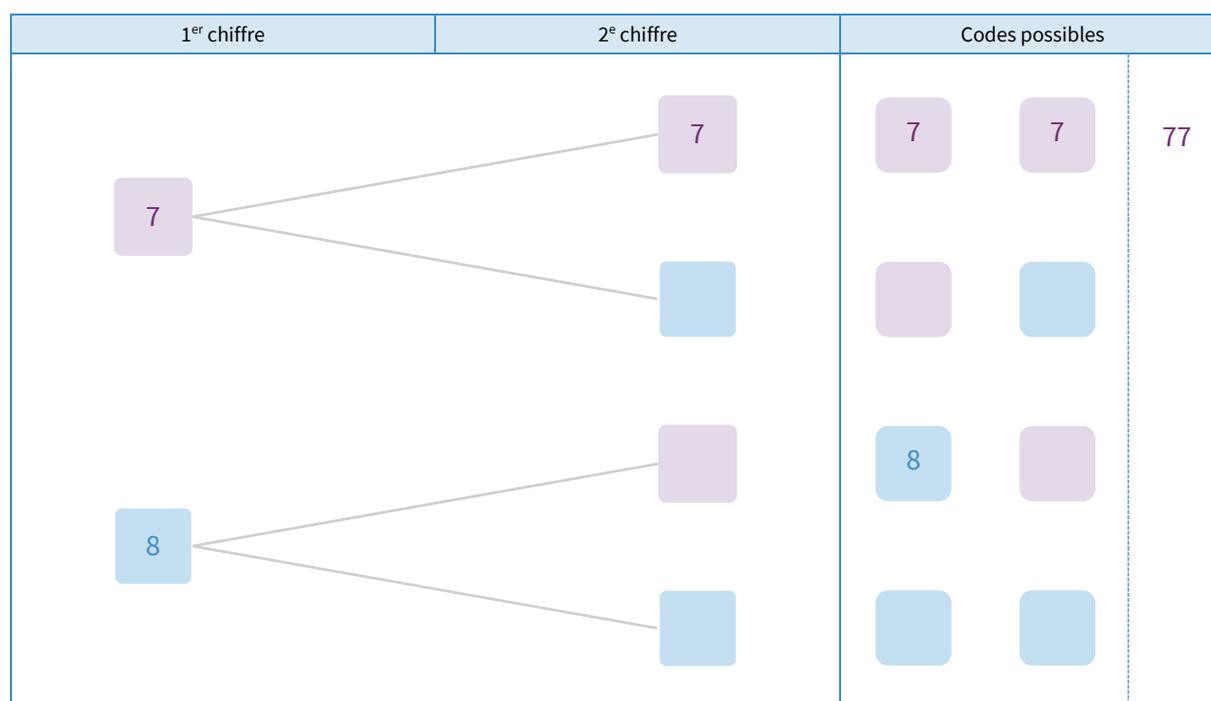


Aide Mme Stocktout à créer les codes pour ses 40 articles.

Tentative 1

Mme Stocktout choisit les deux premiers chiffres parmi les éléments de l'ensemble $A = \{7; 8\}$. Quels sont les codes qu'elle peut former avec ces chiffres ? Combien de codes différents y a-t-il ?

Un **schéma en arbre** peut t'aider à visualiser toutes les combinaisons :

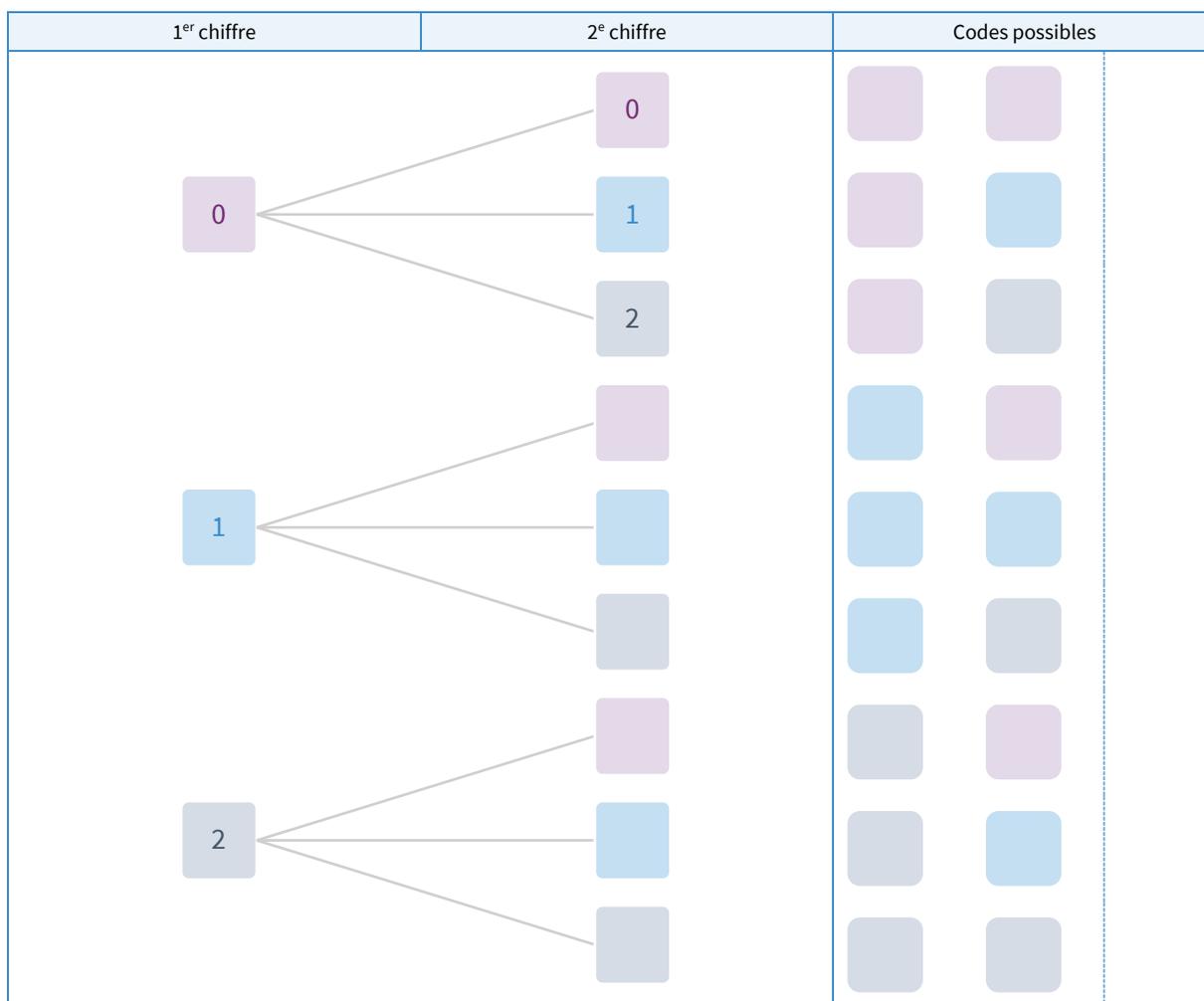


En tout, il y a _____ codes différents.

Évidemment, le nombre de codes différents ne suffit pas pour encoder 40 articles. Mme Stocktout essaie une autre possibilité.

Tentative 2

Mme Stocktout choisit les deux premiers chiffres parmi les éléments de l'ensemble $A = \{0; 1; 2\}$.
 Quels sont les codes qu'elle peut former avec ces chiffres ? Combien de codes différents y a-t-il ?



En tout, il y a _____ codes différents.

Pour trouver **uniquement le nombre de codes différents**, tu peux réfléchir de la façon suivante :

Combien de possibilités y a-t-il pour chaque position du code ?

1 ^{er} chiffre	2 ^e chiffre
<input style="width: 80px; height: 60px; border: 1px dashed gray;" type="text"/>	<input style="width: 80px; height: 60px; border: 1px dashed gray;" type="text"/>
_____ possibilités pour le 1 ^{er} chiffre	_____ possibilités pour le 2 ^e chiffre
_____ . _____ = _____	

Donc, en tout, il y a _____ codes différents :

Tentative 3

Mme Stocktout continue sa recherche. Aide-la à compléter le tableau ci-dessous :

Si $A = \{3; 4\}$, alors il peut former	codes différents.
Si $A = \{7; 8; 9\}$, alors il peut former	codes différents.
Si $A = \{0; 1; 2; 3\}$, alors il peut former	codes différents.
Si $A = \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, alors il peut former	codes différents.
Si $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, alors il peut former	codes différents.

Combien de chiffres différents Mme Stocktout doit-elle choisir pour obtenir au moins 40 codes différents ?

Donne un exemple pour l'ensemble A :

En utilisant les chiffres de l'ensemble A défini précédemment, donne quelques exemples des codes ainsi générés :

M13 Une clé de contrôle pour le nouvel encodage

Mme Stocktout décide de choisir les deux premiers chiffres dans l'ensemble $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

1 ^{er} chiffre	2 ^e chiffre
	
_____ possibilités pour le 1 ^{er} chiffre	_____ possibilités pour le 2 ^e chiffre
_____ · _____ = _____	

Avec ces chiffres, elle peut former _____ codes différents.

Pour augmenter la performance des scans, Mme Stocktout décide d'**ajouter une clé de contrôle** à la fin du code. Le nouveau code se composera finalement de 3 chiffres :

- Les deux premiers chiffres a et b sont choisis parmi les éléments de l'ensemble A .
- Le troisième chiffre, la clé de contrôle, est obtenu de la façon suivante :
 - Tu calcules la somme des chiffres $S = a + b$;
 - Tu effectues la division euclidienne de S par le diviseur d (à choisir) ;
 - La clé de contrôle sera le reste de cette division.

Traitons un exemple :

Exemple 01 : Division euclidienne par $d = 10$

La clé de contrôle est le reste de la division euclidienne de la somme des chiffres par 10.

Code	Somme des chiffres S	Clé de contrôle	Code complet
02	2	2	022
43			
56			
66			
00			

Existe-t-il des codes qui se terminent par 8 ? Si oui, lesquels ?

Existe-t-il des codes qui se terminent par 9 ? Si oui, lesquels ?

Voyons si ce choix permet de retrouver des codes abîmés :

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des chiffres	Valeur que la somme doit prendre	Valeur de x	Code initial
$x60$	0	$x + 6$	10	4	460
$x50$					
$0x1$					
$6x1$					

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

Si $d = 10$	la clé de contrôle permet de retrouver le code initial , car il n'y a qu' une seule possibilité pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>
	la clé de contrôle ne permet pas de retrouver le code initial , car il y a plusieurs possibilités pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>

Mme Stocktout se pose la question suivante : peut-on **choisir un diviseur inférieur à 10** ?

Exemple 02 : Division euclidienne par $d = 2$

La clé de contrôle est le reste de la division euclidienne de la somme des chiffres par 2.

Code	Somme des chiffres S	Clé de contrôle	Code complet
02	2	0	020
43			
56			
66			
00			

Tous les codes se terminent par _____.

Voyons si ce choix permet de retrouver des codes abîmés :

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des chiffres	Valeur que la somme doit prendre	Valeur de x	Code initial
$x60$	0	$x + 6$	6 ou 8 ou 10 ou 12	0 ou 2 ou 4 ou 6	060 ou 260 ou 460 ou 660
$x50$					
$0x1$					
$6x1$					

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

Si $d = 2$	la clé de contrôle permet de retrouver le code initial , car il n'y a qu' une seule possibilité pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>
	la clé de contrôle ne permet pas de retrouver le code initial , car il y a plusieurs possibilités pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>

Exemple 03 : Division euclidienne par $d = 3$

La clé de contrôle est le reste de la division euclidienne de la somme des chiffres par 3.

Code	Somme des chiffres S	Clé de contrôle	Code complet
02	2	2	022
43			
56			
66			
00			

Tous les codes se terminent par _____.

Voyons si ce choix permet de retrouver des codes abîmés :

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des chiffres	Valeur que la somme doit prendre	Valeur de x	Code initial
$x60$	0	$x + 6$	6 ou 9 ou 12	0 ou 3 ou 6	060 ou 360 ou 660
$x50$					
$0x1$					
$6x1$					

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

Si $d = 3$	la clé de contrôle permet de retrouver le code initial , car il n'y a qu' une seule possibilité pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>
	la clé de contrôle ne permet pas de retrouver le code initial , car il y a plusieurs possibilités pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>

Exemple 04 : Division euclidienne par $d = 4$

La clé de contrôle est le reste de la division euclidienne de la somme des chiffres par 4.

Code	Somme des chiffres S	Clé de contrôle	Code complet
02	2	2	022
43			
56			
66			
00			

Tous les codes se terminent par _____.

Voyons si ce choix permet de retrouver des codes abîmés :

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des chiffres	Valeur que la somme doit prendre	Valeur de x	Code initial
$x60$	0	$x + 6$	8 ou 12	2 ou 6	260 ou 660
$x50$					
$0x1$					
$6x1$					

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

Si $d = 4$	la clé de contrôle permet de retrouver le code initial , car il n'y a qu' une seule possibilité pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>
	la clé de contrôle ne permet pas de retrouver le code initial , car il y a plusieurs possibilités pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>

Exemple 05 : Division euclidienne par $d = 5$

La clé de contrôle est le reste de la division euclidienne de la somme des chiffres par 5.

Code	Somme des chiffres S	Clé de contrôle	Code complet
02	2	2	022
43			
56			
66			
00			

Tous les codes se terminent par _____.

Voyons si ce choix permet de retrouver des codes abîmés :

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des chiffres	Valeur que la somme doit prendre	Valeur de x	Code initial
$x60$	0	$x + 6$	10	4	460
$x50$					
$0x1$					
$6x1$					

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

Si $d = 5$	la clé de contrôle permet de retrouver le code initial , car il n'y a qu' une seule possibilité pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>
	la clé de contrôle ne permet pas de retrouver le code initial , car il y a plusieurs possibilités pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>

Exemple 06 : Division euclidienne par $d = 6$

La clé de contrôle est le reste de la division euclidienne de la somme des chiffres par 6.

Code	Somme des chiffres S	Clé de contrôle	Code complet
02	2	2	022
43			
56			
66			
00			

Tous les codes se terminent par _____ .

Voyons si ce choix permet de retrouver des codes abîmés :

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des chiffres	Valeur que la somme doit prendre	Valeur de x	Code initial
$x60$	0	$x + 6$	6 ou 12	0 ou 6	060 ou 660
$x50$					
$0x1$					
$6x1$					

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

Si $d = 6$	la clé de contrôle permet de retrouver le code initial , car il n'y a qu' une seule possibilité pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>
	la clé de contrôle ne permet pas de retrouver le code initial , car il y a plusieurs possibilités pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>

Exemple 07 : Division euclidienne par $d = 7$

La clé de contrôle est le reste de la division euclidienne de la somme des chiffres par 7.

Code	Somme des chiffres S	Clé de contrôle	Code complet
02	2	2	022
43			
56			
66			
00			

Tous les codes se terminent par _____ .

Voyons si ce choix permet de retrouver des codes abîmés :

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des chiffres	Valeur que la somme doit prendre	Valeur de x	Code initial
$x60$	0	$x + 6$	7	1	160
$x50$					
$0x1$					
$6x1$					

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

Si $d = 7$	la clé de contrôle permet de retrouver le code initial , car il n'y a qu' une seule possibilité pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>
	la clé de contrôle ne permet pas de retrouver le code initial , car il y a plusieurs possibilités pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>

Exemple 08 : Division euclidienne par $d = 8$

La clé de contrôle est le reste de la division euclidienne de la somme des chiffres par 8.

Code	Somme des chiffres S	Clé de contrôle	Code complet
02	2	2	022
43			
56			
66			
00			

Tous les codes se terminent par _____ .

Voyons si ce choix permet de retrouver des codes abîmés :

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des chiffres	Valeur que la somme doit prendre	Valeur de x	Code initial
$x60$	0	$x + 6$	8	2	260
$x50$					
$0x1$					
$6x1$					

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

Si $d = 8$	la clé de contrôle permet de retrouver le code initial , car il n'y a qu' une seule possibilité pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>
	la clé de contrôle ne permet pas de retrouver le code initial , car il y a plusieurs possibilités pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>

Exemple 09 : Division euclidienne par $d = 9$

La clé de contrôle est le reste de la division euclidienne de la somme des chiffres par 9.

Code	Somme des chiffres S	Clé de contrôle	Code complet
02	2	2	022
43			
56			
66			
00			

Tous les codes se terminent par _____ .

Voyons si ce choix permet de retrouver des codes abîmés :

Code abîmé	Clé de contrôle	Somme des chiffres	Valeur que la somme doit prendre	Valeur de x	Code initial
$x60$	0	$x + 6$	9	3	360
$x50$					
$0x1$					
$6x1$					

Que peux-tu conclure ? Coche la bonne réponse :

Si $d = 9$	la clé de contrôle permet de retrouver le code initial , car il n'y a qu' une seule possibilité pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>
	la clé de contrôle ne permet pas de retrouver le code initial , car il y a plusieurs possibilités pour la valeur de x .	<input type="checkbox"/>

Tableau récapitulatif

Indique par  si la clé de contrôle permet de récupérer le code initial et par  si elle ne le permet pas.

$$A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

Division euclidienne par $d = \dots$	La clé de contrôle permet de retrouver le code initial.
$d = 2$	
$d = 3$	
$d = 4$	
$d = 5$	
$d = 6$	
$d = 7$	
$d = 8$	
$d = 9$	
$d = 10$	

Que constates-tu ?

M14 Un code optimal

Mme Stocktout constate que la clé de contrôle lui permet de récupérer un chiffre manquant du code à partir d'un diviseur strictement supérieur à 6. Mais pourquoi ? Et pourquoi ne retrouve-t-elle pas le code initial si le diviseur est inférieur à 6 ? Son esprit scientifique attise sa curiosité et la pousse à investiguer plus en détail ce phénomène.

Rappelons certains faits qui ont été découverts pendant les activités précédentes :

- Il y a des familles de nombres qui ont le même reste par la division euclidienne de diviseur d .
Exemple :
Les nombres 1, 3 et 5 ont tous un reste égal à _____ par la division euclidienne de diviseur 2.
- Le reste de la division euclidienne de diviseur d d'une somme de deux nombres est égal à la somme des restes de la division euclidienne de ces deux nombres.
Exemple :
Si $d = 4$, le reste de la division euclidienne du nombre 5 est _____ et celui du nombre 6 est _____. Le reste de la somme $S = 5 + 6 = 11$ est égale à la somme des restes _____.

Les codes de Mme Stocktout sont composés :

- de deux chiffres a et b choisis parmi l'ensemble $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$;
- de la clé de contrôle qui est égale au reste de la division euclidienne de la somme des chiffres $S = a + b$ par un diviseur d .

Dès lors, nous pouvons conclure que :

Le **reste** de la division euclidienne de diviseur d **de la somme des chiffres est égal au reste** de la division euclidienne de diviseur d **de la somme des restes** des nombres a et b .

Ainsi, il suffit de **considérer uniquement les restes des différents nombres de l'ensemble A** par la division euclidienne de diviseur d pour trouver l'origine du problème des chiffres manquants !

	1 ^{er} chiffre	2 ^e chiffre	Clé de contrôle
Code	a	b	r
Reste de la division euclidienne par d	r_1	r_2	Le reste de $r_1 + r_2$

Complète le tableau ci-dessous et surligne tous les doublons dans chaque colonne.

Les éléments de l'ensemble A	Reste de la division euclidienne par								
	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$	$d = 5$	$d = 6$	$d = 7$	$d = 8$	$d = 9$	$d = 10$
0	0								
1	1								
2	0								
3	1								
4	0								
5	1								
6	0								

À partir de $d = \underline{\quad}$, les colonnes ne comportent plus de doublons. Ainsi, tous les restes sont différents et ceci explique pourquoi nous réussissons à retrouver un chiffre manquant dans ces cas-là !

Examinons quelques derniers exemples pour nous convaincre :

- Pour $d = 2$, il n'est pas possible de récupérer le code initial à partir de la clé de contrôle, car les codes **110**, **130** et **1__0** ont tous la même clé de contrôle (0). Ces codes ont la même clé de contrôle, car les nombres **1**, **3** et **__** ont tous le même reste par la division euclidienne de diviseur $d = 2$.
- Pour $d = 3$, il n'est pas possible de récupérer le code initial à partir de la clé de contrôle, car les codes **600**, **630** et **6__0** ont tous la même clé de contrôle (0). Ces codes ont la même clé de contrôle, car les nombres **0**, **3** et **__** ont tous le même reste par la division euclidienne de diviseur $d = 3$.
- Pour $d = 4$, il n'est pas possible de récupérer le code initial à partir de la clé de contrôle, car les codes **3__1** et **361** ont tous la même clé de contrôle (1). Ces codes ont la même clé de contrôle, car les nombres **__** et **6** ont tous le même reste par la division euclidienne de diviseur $d = 4$.
- Pour $d = 5$, il n'est pas possible de récupérer le code initial à partir de la clé de contrôle, car les codes **011** et **0__1** ont tous la même clé de contrôle (1). Ces codes ont la même clé de contrôle, car les nombres **1** et **__** ont tous le même reste par la division euclidienne de diviseur $d = 5$.
- Pour $d = 6$, il n'est pas possible de récupérer le code initial à partir de la clé de contrôle, car les codes **404** et **4__4** ont tous la même clé de contrôle (2). Ces codes ont la même clé de contrôle, car les nombres **0** et **__** ont tous le même reste par la division euclidienne de diviseur $d = 6$.
- Si $d \geq 7$, alors il est possible de récupérer le code initial à partir de la clé de contrôle, car tous les nombres ont des restes différents.

M15 Leçons tirées des lignes et de chiffres

Nous avons rencontré deux méthodes pour créer des codes-barres :

- Celle d'Alice basée sur la somme des chiffres.
- Celle de Bob basée sur le produit des chiffres.

Laquelle est la meilleure et pourquoi ?

Mme Stocktout a créé des codes-barres où la clé de contrôle est obtenue au moyen de divisions euclidiennes. Si elle choisit les deux premiers chiffres parmi les chiffres de 0 à 6, quelles divisions euclidiennes peut-elle prendre pour générer sa clé de contrôle ?

Pour créer le plus de codes-barres, dans quel ensemble doit-on choisir les chiffres ?

Combine tous les éléments et explique une méthode efficace pour créer des codes-barres à 12 chiffres avec un chiffre de contrôle (13 chiffres en tout).

M16 European Article Number - EAN

Pour standardiser les échanges de biens, certains organismes ont établi des normes pour l'encodage électronique des produits. En Europe, les produits portent un EAN (European Article Number) unique de 13 chiffres qui donne des informations sur le pays d'origine, le producteur et le produit. Ce numéro est souvent imprimé en code-barres pour faciliter la lecture électronique et le traitement informatique des ventes et distributions.

Voici un extrait du catalogue des consignes pour calculer la clé de contrôle d'un article encodé par le système EAN13.



Étape													Calcul		
1	Attribuer le rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
	Code	3	4	5	3	1	2	0	2	3	6	4	5	?	
2	Additionner les chiffres de rang pair		4		3		2		2		6		5		22
3	Multiplier le résultat par 3												66		
4	Additionner les chiffres de rang impair	3		5		1		0		3		4			16
5	Additionner le résultat des étapes 3 et 4												82		
6	Prendre le reste de la division euclidienne par 10 du résultat de l'étape 5												2		
7	Soustraire le résultat de l'étape 6 de 10												8		
	Code complet	3	4	5	3	1	2	0	2	3	6	4	5	8	

Remarque importante : Si le résultat de l'étape **7** vaut 10, on écrit 0.

Exercice 01 : Calculer la clé de contrôle pour un code EAN13

Regarde le code-barres se trouvant sur un yaourt LUXLAIT et refais le calcul décrit dans le mode d'emploi ci-dessus pour retrouver la clé de contrôle.



Étape														Calcul	
1	Attribuer le rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
	Code													?	
2	Additionner les chiffres de rang pair														
3	Multiplier le résultat par 3														
4	Additionner les chiffres de rang impair														
5	Additionner le résultat des étapes 3 et 4														
6	Prendre le reste de la division euclidienne par 10 du résultat de l'étape 5														
7	Soustraire le résultat de l'étape 6 de 10														
	Code complet														

Exercice 02 : Calculer la clé de contrôle pour un code EAN13

Trouve un code-barres EAN13 (ou ISBN13) et refais le calcul décrit dans le mode d'emploi ci-dessus pour retrouver la clé de contrôle.

Étape														Calcul	
1	Attribuer le rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
	Code													?	
2	Additionner les chiffres de rang pair														
3	Multiplier le résultat par 3														
4	Additionner les chiffres de rang impair														
5	Additionner le résultat des étapes 3 et 4														
6	Prendre le reste de la division euclidienne par 10 du résultat de l'étape 5														
7	Soustraire le résultat de l'étape 6 de 10														
	Code complet														

M17 Détecter des codes erronés

Parmi les codes EAN proposés ci-dessous, décide à chaque fois s'il s'agit d'un code correct ou d'un code erroné. Marque les codes corrects par  et les codes incorrects par . Corrige les codes erronés en ajustant la clé de contrôle.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Code A	4	2	4	2	4	2	4	2	4	2	4	2	0

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Code B	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Code C	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1

M18 Calculer un chiffre manquant pour un code EAN13

Pour les codes EAN ci-dessous, retrouve à chaque fois le chiffre manquant :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Code	5	0	0	1		0	1	0	0	0	2	6	2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Code	4	0	0		1	2	3	0	0	0	0	0	1

M19 Les secrets des sommes pondérées ?

Alice et **Bob** travaillent au supermarché et ils doivent scanner un article dont le code-barres a été déchiré par malchance :



Ainsi, ils doivent entrer le code **manuellement** à l'aide du clavier de la caisse :

	Alice 6696689669696		Bob 6696689696696
---	-------------------------------	---	-----------------------------

Qui a entré le code correctement ? **Alice** **Bob**

_____ a commis une erreur très commune lors de la transcription du code : la permutation des positions de deux chiffres consécutifs.

Imaginons un système de calcul de la clé de contrôle sans l'étape multiplication par 3. Les consignes seraient alors les suivantes (par souci de simplicité, nous abandonnons également la dernière instruction qui demandait de soustraire l'avant-dernier résultat de 10) :

Étape														Calcul	
1	Attribuer le rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
	Code														
2	Additionner tous les chiffres														
3	Prendre le reste de la division euclidienne par 10 du résultat de l'étape 2														
	Code complet														

Considère d'abord le code entré par **Alice** :

Étape														Calcul	
1	Attribuer le rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
	Code														
2	Additionner tous les chiffres														
3	Prendre le reste de la division euclidienne par 10 du résultat de l'étape 2														
	Code complet														

Refais le même calcul pour le code erroné de **Bob** :

Étape														Calcul	
1	Attribuer le rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
	Code														
2	Additionner tous les chiffres														
3	Prendre le reste de la division euclidienne par 10 du résultat de l'étape 2														
	Code complet														

L'erreur de Bob

est détectée.

n'est pas détectée.

Répète l'exercice avec **des coefficients alternant entre 1 et 3, donc avec les vraies règles du code EAN-13.**

Considère d'abord le code entré par **Alice** :

Étape		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Calcul
1	Attribuer le rang														
	Code													?	
2	Additionner les chiffres de rang pair														
3	Multiplier le résultat par 3														
4	Additionner les chiffres de rang impair														
5	Additionner le résultat des étapes 3 et 4														
6	Prendre le reste de la division euclidienne par 10 du résultat de l'étape 5														
7	Soustraire le résultat de l'étape 6 de 10														
	Code complet														

Refais le même calcul pour le code erroné de **Bob** :

Étape		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Calcul
1	Attribuer le rang														
	Code													?	
2	Additionner les chiffres de rang pair														
3	Multiplier le résultat par 3														
4	Additionner les chiffres de rang impair														
5	Additionner le résultat des étapes 3 et 4														
6	Prendre le reste de la														

	division euclidienne par 10 du résultat de l'étape 5		
7	Soustraire le résultat de l'étape 6 de 10		
	Code complet		

L'erreur de Bob est détectée.

n'est pas détectée.