3.3 Matériels pédagogiques

M3 Mini leçons

Mini leçon 2 : Vocabulaire sur les solides

Il existe de nombreuses formes de dés standard.

Tu en retrouves une sélection des modèles courants dans la liste ci-dessous :

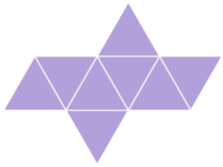
D4 D6 D8 D10 D12 D20

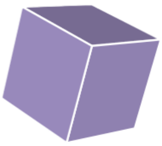
Exercice ML2-1

Voici une liste de **solides** et de **développements** (ou **patrons**). Relie les solides à leur développement correspondant.

A

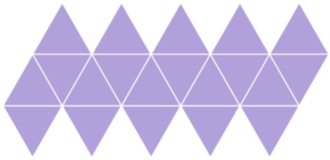
1





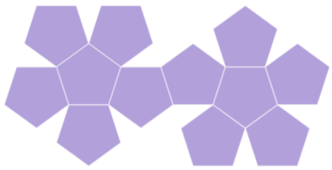
B

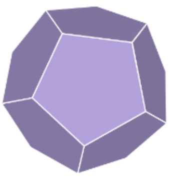
2



C

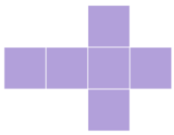
3





D

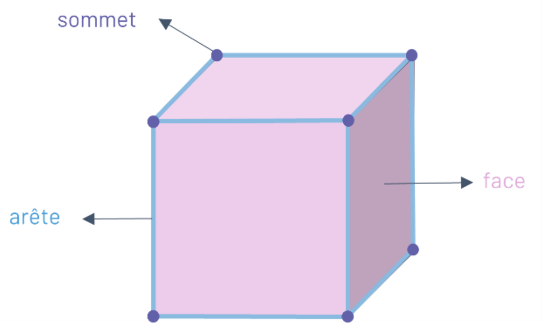
4



E

5

Un **polyèdre** est un solide limité par des **faces planes** qui sont des **polygones**. Les **sommets** et les **arêtes** d'un polyèdre sont respectivement les sommets et les côtés des polygones qui le limitent.



Pour certains dés standards, les faces sont des **polygones réguliers** : ce sont des formes géométriques dont les **côtés** ont tous la **même longueur** et dont les **angles** ont tous la **même amplitude**. Ces solides sont appelés des **polyèdres réguliers** ou des solides de Platon.

Exercice ML2-2

Complète le tableau ci-dessous :

Image du dé	Forme géométrique d'une face	Nombre de faces	Nombre de sommets	Nombre d'arêtes	Nom du solide	Est-ce un solide de Platon ?
						
						
					Octaèdre	
		10			Trapézoèdre pentagonal	
		12			Dodécaèdre	
		20			Icosaèdre	

Exercice ML2-3

Pour chaque dé du tableau, appelons

- F : le nombre de faces
- S : le nombre de sommets
- A : le nombre d'arêtes

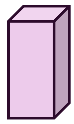
Complète le tableau suivant

Image du dé	F	S	A	$F + S - A$
				
				
				
	10			
	12			
	20			

Que constates-tu ?

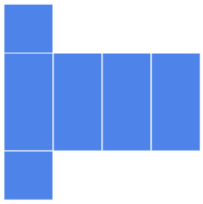
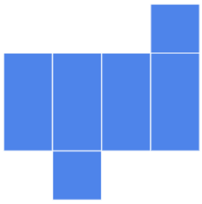
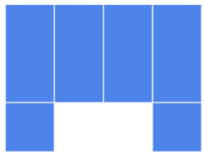
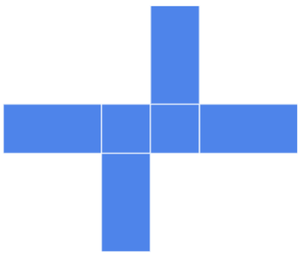
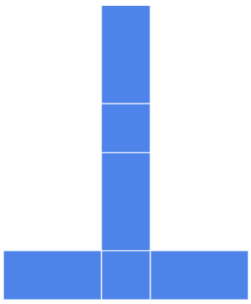
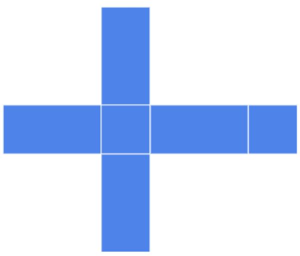
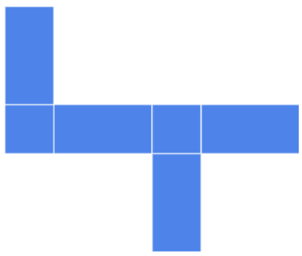
Mini leçon 3 : Les prismes droits

Il existe une autre famille de solides : les **prismes droits**. Le représentant le plus connu de cette famille est le **pavé droit** ou le parallélépipède rectangle.



Exercice ML3-1

Parmi les développements proposés, choisis ceux qui, après pliage, permettent de construire un pavé droit.

 Oui ☐ Non ☐	 Oui ☐ Non ☐	 Oui ☐ Non ☐
 Oui ☐ Non ☐	 Oui ☐ Non ☐	 Oui ☐ Non ☐
 Oui ☐ Non ☐	 Oui ☐ Non ☐	 Oui ☐ Non ☐

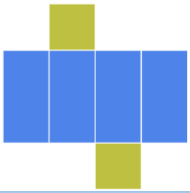
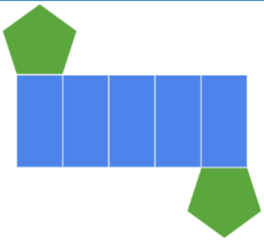
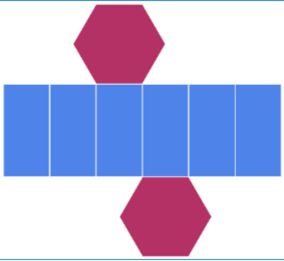
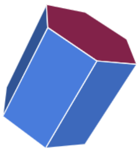
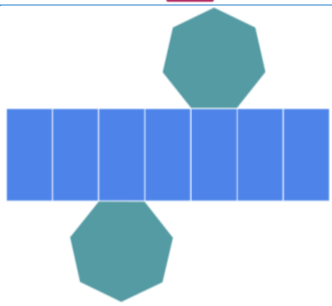
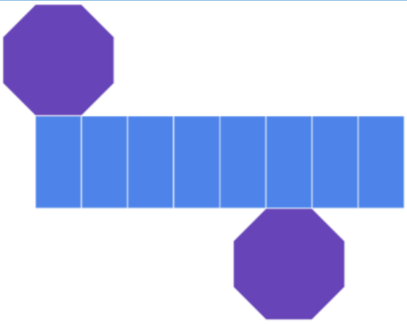
Contrôle tes réponses en utilisant l'application Mathigon suivante :

En général, tu peux retenir que :

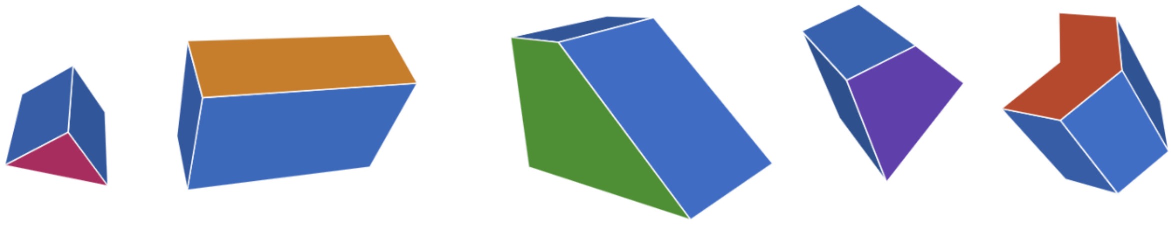
Les **faces latérales** d'un prisme droit sont des **rectangles**. Les **deux bases** d'un prisme droit sont des **polygones isométriques**.

Exercice ML3-2

Complète le tableau suivant :

Base	Développement	Prisme droit
Triangle équilatéral		
Carré		
		
		
		
		

Les bases du prisme droit ne sont pas nécessairement des polygones réguliers. En général, les bases sont des formes polygonales quelconques :

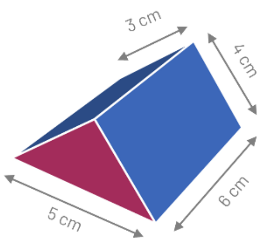
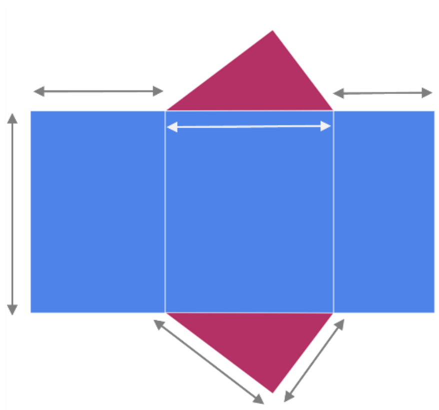
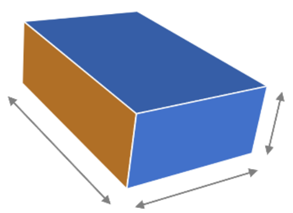
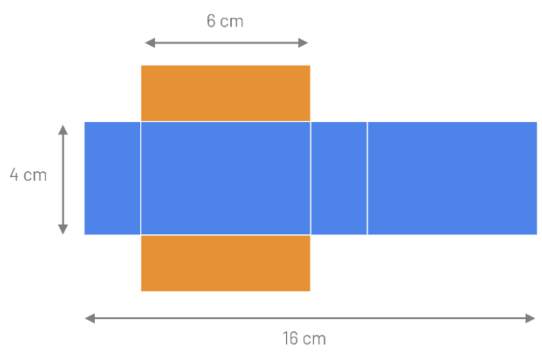


Les **faces latérales** de ces prismes droits sont des **rectangles** qui ont tous la **même hauteur** (notamment la hauteur du prisme droit) mais qui n'ont pas nécessairement tous la même largeur.

Examine les développements de ces prismes droits sur Mathigon :

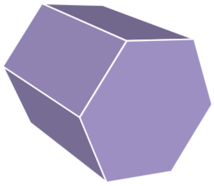
Exercice ML3-3

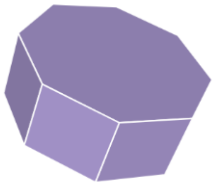
Utilise les indications disponibles pour compléter les longueurs manquantes :

Solide	Développement
	
	

Exercice ML3-4

Utilise l'application Mathigon suivante pour construire les solides proposés à partir de leur développement :





Mini leçon 4 : Aire d'un prisme droit

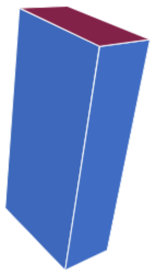
Utilise l'application Mathigon suivante pour calculer **l'aire totale** des deux prismes droits proposés.

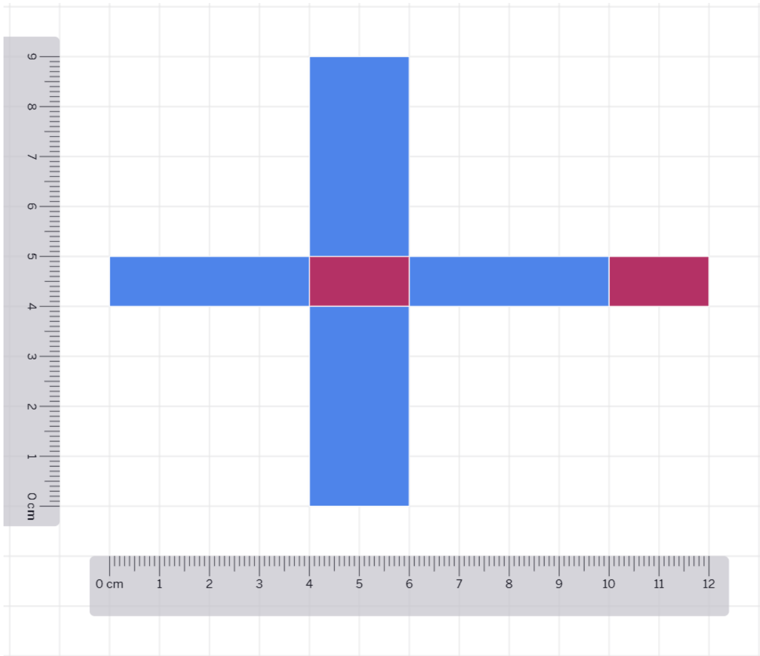
En général, tu peux retenir que :

> L'**aire totale** d'un **prisme droit** est égale à la **somme** de l'**aire** des **deux bases** et de l'**aire** des **faces latérales**.

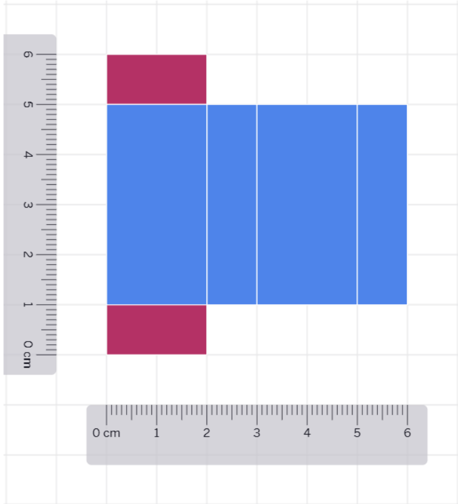
Exercice ML4-1

Calcule l'aire totale du prisme droit suivant en examinant le développement proposé :





Pour calculer l'aire totale d'un prisme droit, il est plus commode d'utiliser un développement qui arrange les **faces latérales** côté à côté afin qu'elles forment **une unique surface rectangulaire**.



Quelle est la **hauteur** du prisme droit ?
Quel est le **périmètre** d'une de ses **bases** ?
Quelles sont les **dimensions** du **rectangle** formé par les **faces latérales** ?
Calcule l'aire des faces latérales :
Calcule l'aire des deux bases :
Calcule l'aire totale :

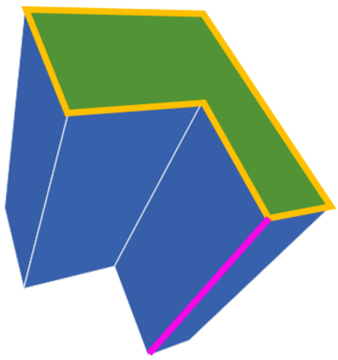
En général, tu peux retenir que :

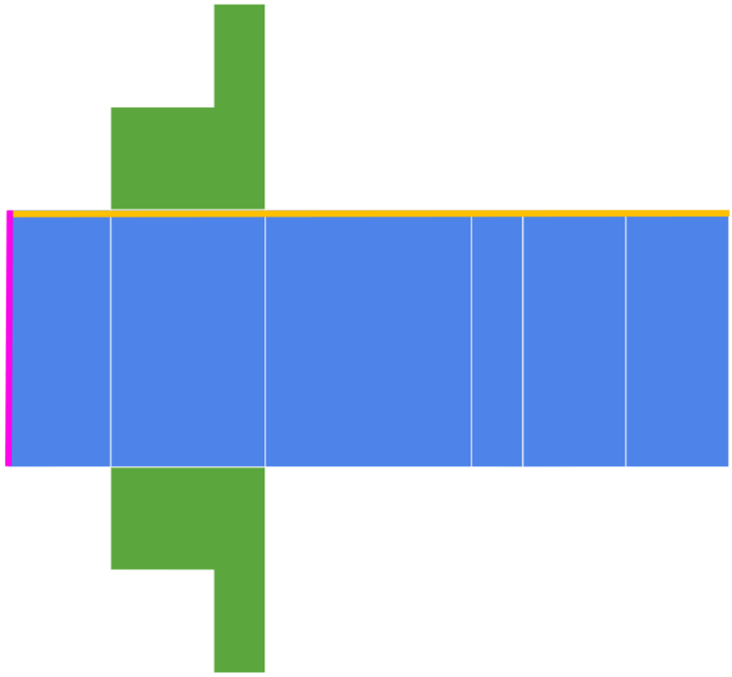
L'**aire des faces latérales** d'un prisme droit est égale au **produit** du **périmètre de la base** par la **hauteur** du prisme.

$$\mathcal{A}_{\text{latérale}} = \mathcal{P}_{\text{base}} \cdot \text{hauteur}$$

L'**aire totale** d'un prisme est égale à la **somme** de l'**aire** des deux **bases** et de l'**aire latérale**.

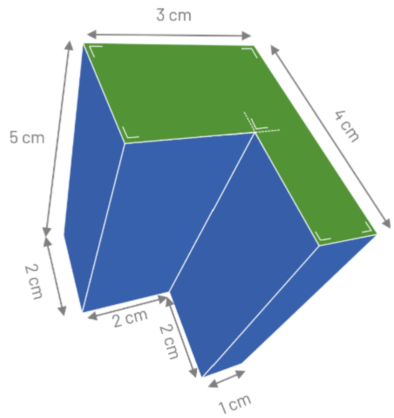
$$\mathcal{A}_{\text{totale}} = 2 \cdot \mathcal{A}_{\text{base}} + \mathcal{A}_{\text{latérale}}$$





Exemple :

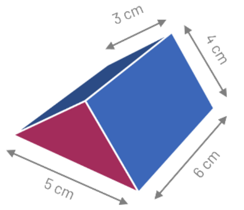
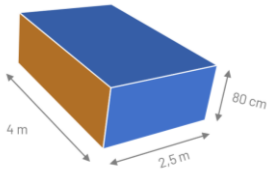
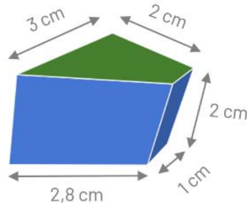
Prenons le prisme droit suivant.



- Le périmètre de la base est donné par :
$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{\text{base}} &= 3 + 4 + 1 + 2 + 2 + 2 \\ &= 14 \text{ cm}\end{aligned}$$
- L'aire latérale est :
$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{latérale}} &= \mathcal{P}_{\text{base}} \cdot h \\ &= 14 \cdot 5 \\ &= 70 \text{ cm}^2\end{aligned}$$
- L'aire de la base est :
$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{base}} &= 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \\ &= 6 + 2 \\ &= 8 \text{ cm}^2\end{aligned}$$
- L'aire totale est :
$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{totale}} &= 2 \cdot \mathcal{A}_{\text{base}} + \mathcal{A}_{\text{latérale}} \\ &= 2 \cdot 8 + 70 \\ &= 16 + 70 \\ &= 86 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

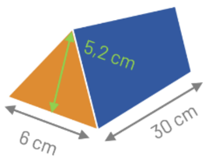
Exercice ML4-2

Calcule l’aire totale des prismes droits suivants :

Prisme droit			
Forme de la base	Triangle rectangle	Rectangle	Trapèze rectangle
Hauteur			
Périmètre de la base			
Aire de la base			
Aire latérale			
Aire totale			

Exercice ML4-3

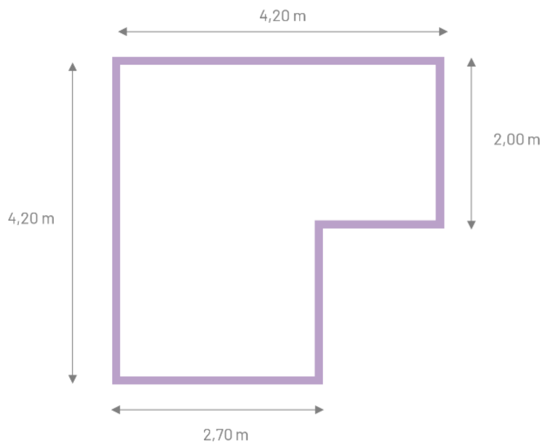
1) Une fameuse sorte de chocolat suisse est emballée dans une boite en forme de prisme droit dont les bases sont des triangles équilatéraux.



   a) Calcule l'aire totale de la quantité de papier carton nécessaire pour fabriquer cet emballage.

   b) Combien d'emballages peut-on fabriquer avec 1 m^2 de papier carton ?

2) Pablo veut repeindre les murs et le plafond de son atelier en bleu ultramarin.
Les murs ont une hauteur de 2,5 m. La surface des portes et des fenêtres sera négligée. Tous les coins de la pièce sont des angles droits.



   a) Aide Pablo à calculer la surface totale à repeindre.

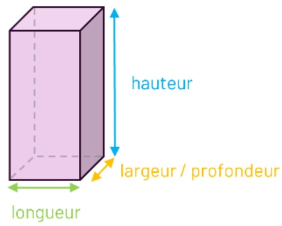
   b) Un pot de peinture de 2,5 L coûte 30 € et permet de recouvrir une surface de 25 m^2. Aide Pablo à calculer le coût total à prévoir pour acheter la peinture.

Mini leçon 5 : Volume d'un prisme droit

Utilise l'application Mathigon suivante pour calculer le **volume** des trois **pavés droits** proposés.

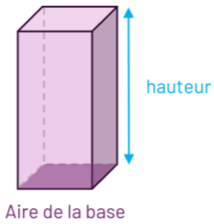
Une formule pour calculer le **volume** d'un **pavé droit** est :

$$\mathcal{V}_{\text{pavé droit}} = \text{longueur} \cdot \text{largeur} \cdot \text{hauteur}$$

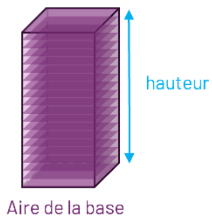


Tu peux également réécrire cette formule en utilisant **l'aire** de la **base** rectangulaire :

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{\text{pavé droit}} &= \underbrace{\text{longueur} \cdot \text{largeur}}_{=\mathcal{A}_{\text{base}}} \cdot \text{hauteur} \\ &= \mathcal{A}_{\text{base}} \cdot \text{hauteur}\end{aligned}$$



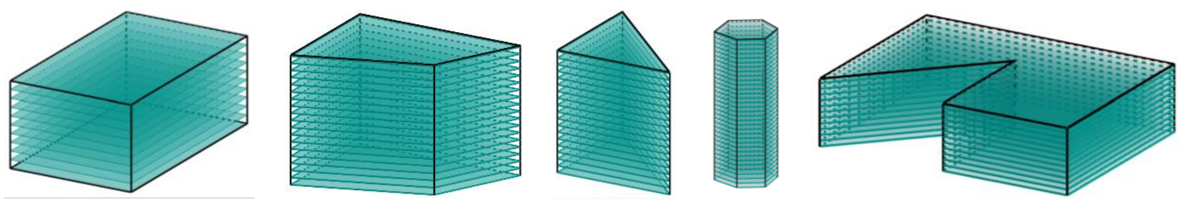
Cette formule peut être expliquée par l'image mentale suivante : imagine l'aire de la base comme une feuille de papier extrêmement fine, d'épaisseur nulle. Ensuite, pour remplir entièrement le pavé droit, tu superposes plusieurs de ces feuilles, chacune ayant une aire identique à celle de la base. Combien en faudra-t-il pour occuper tout le volume du pavé ? Il en faut autant que la hauteur du solide. Ainsi, en multipliant l'aire de la base par la hauteur, tu obtiens le volume du pavé droit.



Nous acceptons que cette formule s'étende également au calcul du volume d'un prisme droit quelconque. En général, tu peux retenir que :

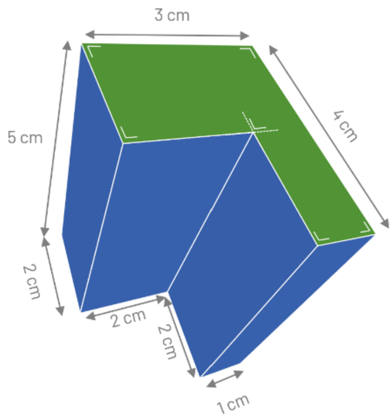
Le **volume** d'un prisme droit est égal au **produit** de l'**aire de la base** par la **hauteur** du prisme.

$$\mathcal{V}_{\text{prisme droit}} = \mathcal{A}_{\text{base}} \cdot \text{hauteur}$$



Exemple :

Prenons le prisme droit suivant.



- L'aire de la base est :

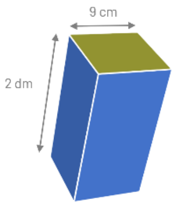
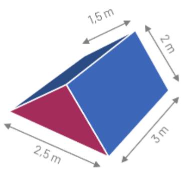
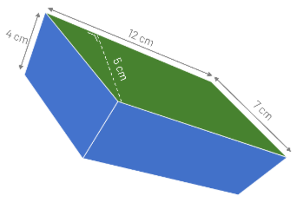
$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{base}} &= 4 \cdot 3 - 2 \cdot 2 \\ &= 12 - 4 \\ &= 8\ \text{cm}^2\end{aligned}$$

- Le volume est :

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= \mathcal{A}_{\text{base}} \cdot \text{hauteur} \\ &= 8 \cdot 5 \\ &= 40\ \text{cm}^3\end{aligned}$$

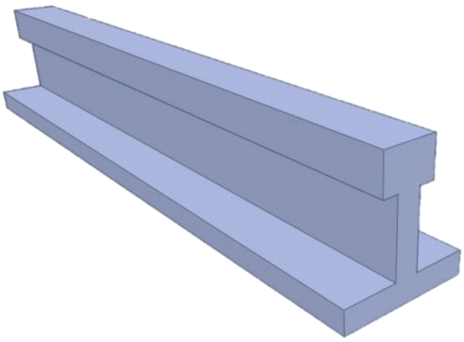
Exercice ML5-1

Calcule le volume des prismes droits suivants :

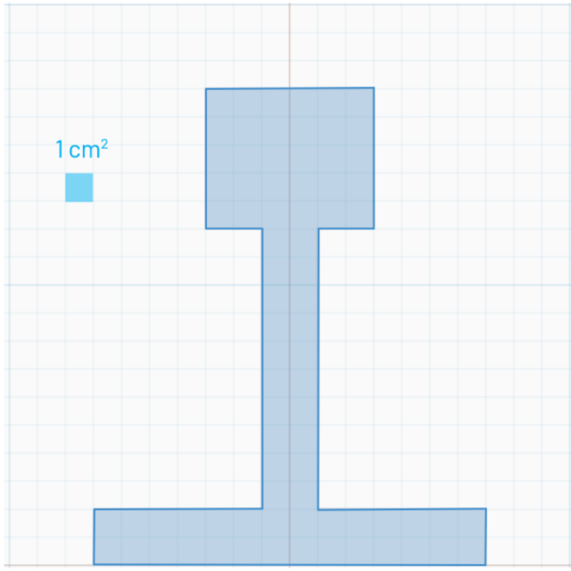
Prisme droit			
Forme de la base	Carré	Triangle rectangle	Parallélogramme
Hauteur			
Aire de la base			
Volume			

Exercice ML5-2

Selon le catalogue des produits Arcelor-Mittal[1], un mètre de rail du type UIC60 pèse 60,21 kg. Vérifie cette valeur en utilisant les dessins ci-dessous et en sachant que la masse volumique de l'acier utilisé pour les rails de chemin de fer est de 7500 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

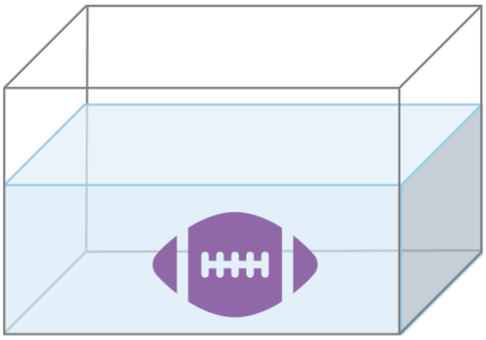


Rail de chemin de fer (modèle simplifié)



Coupe transversale

Exercice ML5-3



Pour déterminer le volume d'un ballon de football américain, Jerry remplit son vieil aquarium avec de l'eau jusqu'à une hauteur de 20 cm. La base de l'aquarium est un rectangle de dimensions 60 cm sur 20 cm. Ensuite, il submerge complètement le ballon dans l'eau. Il constate que le niveau de l'eau monte à 23,8 cm du fond de l'aquarium.

1) Aide Jerry à calculer le volume du ballon.

2) Malheureusement, en sortant le ballon de l'eau, le smartphone de Jerry tombe dans l'aquarium. Il possède le modèle le plus récent dont les dimensions sont 160 mm x 80 mm x 10 mm. Aide Jerry à calculer le nouveau niveau de l'eau dans l'aquarium.

[1] https://rails.arcelormittal.com/wp-content/uploads/2023/10/ArcelorMittal-Transport-Rails-EN.pdf

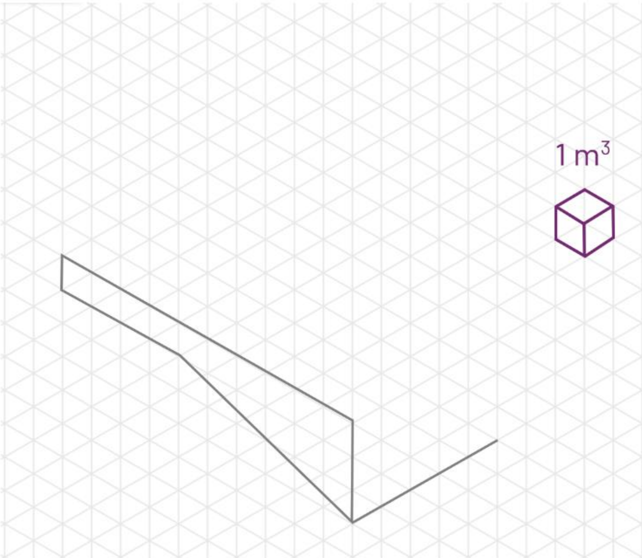
Exercice ML5-4

Pour sa nouvelle villa, Monsieur PITT demande à un architecte de lui planifier une piscine extérieure.

M. PITT a des visions précises concernant la forme de sa nouvelle piscine. Il veut que sa piscine remplisse les conditions suivantes :

- La surface de l'eau est rectangulaire de dimensions 10 m sur 6 m. Les murs verticaux sont perpendiculaires avec le fond du bassin.
- Au début du bassin, il y a aura une profondeur constante de 1 m sur toute la largeur et sur une longueur de 4m.
- Après ces 4 m, la profondeur augmente constamment pour atteindre une profondeur maximale de 3 m à l'autre bout du bassin.

1) L'architecte a déjà commencé à tracer un plan en 3D du bassin pour la piscine de M. PITT. Aide-le à finaliser le dessin et inscris toutes les mesures utiles.
2) Selon les réglementations locales, il est interdit de construire des piscines privées avec une contenance supérieure à 1000 hl d'eau. Contrôle si la piscine de M. PITT obtiendra une autorisation à bâtir.
3) Pour garantir l'étanchéité du bassin, un film en plastique sera placé sur le fond et sur les murs du bassin. Donne une estimation raisonnable de la surface de film étanche à prévoir.

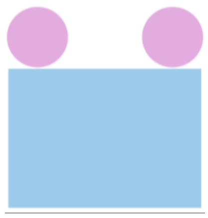
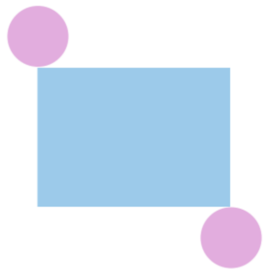


4) Une fois terminée, la piscine sera remplie avec un robinet régulier d'un débit de 12 L/min. Calcule le temps nécessaire pour remplir le bassin.

Mini leçon 6 : Les cylindres droits

Une canette de la boisson *Pink Horse* a la forme d'un **cylindre droit**.

Parmi les développements proposés, marque par ✅ ceux qui puissent correspondre au développement du cylindre. Marque par ❌ les développements qui ne peuvent pas être repliés pour former un cylindre.

Développement A	Développement B	Développement C
		
Développement D	**Développement E**	**Développement F**
		

Complète le texte ci-dessous :

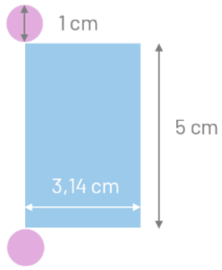
- Les développements ____________________ correspondent au développement d'un cylindre.
- Les bases d'un cylindre sont _________________________ et la face latérale est _________________________ .

En général, tu peux retenir que :

La **face latérale** d'un cylindre droit est un **rectangle**. Les deux **bases** d'un cylindre sont des **disques de même rayon**.

Exercice ML6-1

Voici les développements de trois cylindres droits. Associe les développements aux cylindres proposés et complète les mesures manquantes :

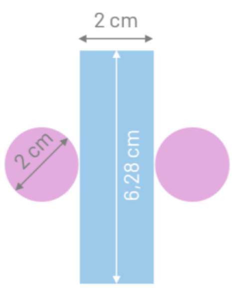


Rayon de la base :

$r =$ ___________

Hauteur :

$h =$ ___________

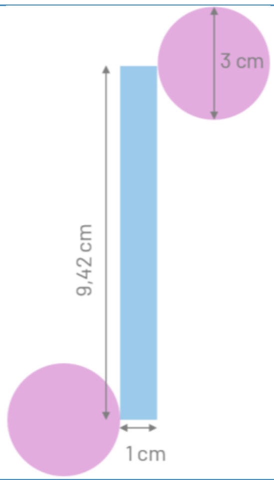


Rayon de la base :

$r =$ ___________

Hauteur :

$h =$ ___________



Rayon de la base :

$r =$ ___________

Hauteur :

$h =$ ___________

Que représente à chaque fois la 3^e mesure indiquée qui ne représente ni le rayon de la base, ni la hauteur du cylindre ?

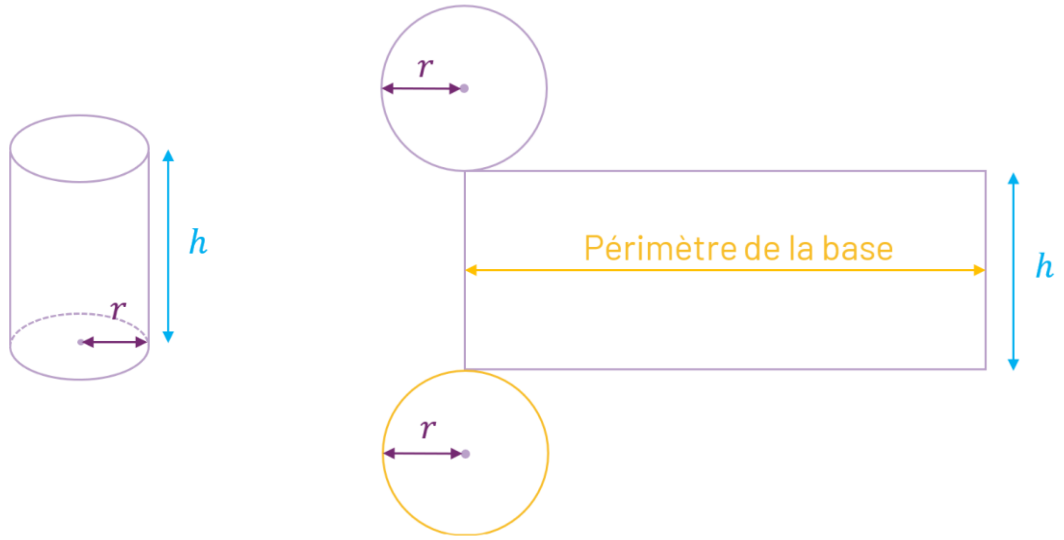
Complète le texte suivant :

- Le rayon de la base est égal à ___________________ du diamètre de la base.
- La hauteur de la face latérale rectangulaire correspond à __________________ du cylindre.
- La longueur de la face latérale rectangulaire correspond au ___________________ de la base.

En général, tu peux retenir que :

Pour un cylindre droit de rayon r et de hauteur h :

- La **face latérale** est un rectangle de hauteur h et de longueur égale au **périmètre de la base**.
- Les deux **bases** des disques de rayon r.



Mini leçon 7 : Aire et volume d'un cylindre

Les principes vus pour calculer l'aire et le volume d'un prisme droit s'appliquent également au cas du cylindre.

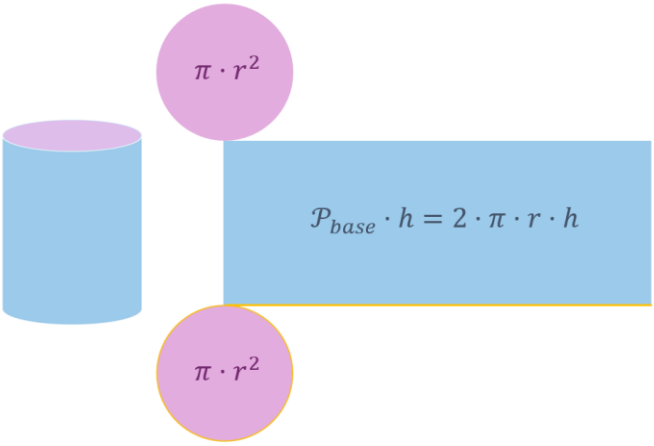
En général, tu peux retenir que :

- L'**aire** de la **face latérale** d'un cylindre est égale au **produit** du **périmètre** de la **base** par la **hauteur** du cylindre.

$$\mathcal{A}_{\text{latérale}} = \mathcal{P}_{\text{base}} \cdot \text{hauteur}$$

- L'**aire totale** d'un cylindre est égale à la **somme** de l'**aire** des deux **bases** et de **l'aire latérale**.

$$\mathcal{A}_{\text{totale}} = 2 \cdot \mathcal{A}_{\text{base}} + \mathcal{A}_{\text{latérale}}$$



Aire latérale d'un cylindre droit :

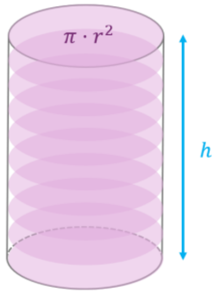
$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{latérale}} &= \mathcal{P}_{\text{base}} \cdot \text{hauteur} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \\ &= 2\pi r h\end{aligned}$$

Aire totale d'un cylindre droit :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{totale}} &= 2 \cdot \mathcal{A}_{\text{base}} + \mathcal{A}_{\text{latérale}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi r h\end{aligned}$$

- Le **volume** d'un **cylindre** est égal au **produit** de l'**aire de la base** par la **hauteur** du cylindre.

$$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \mathcal{A}_{\text{base}} \cdot \text{hauteur}$$

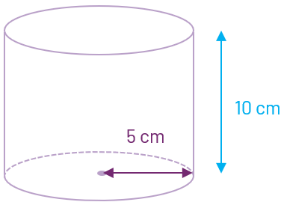
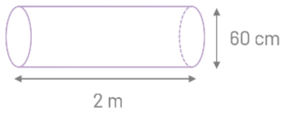
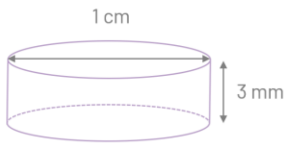


Volume d'un cylindre droit :

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{\text{cylindre}} &= \mathcal{A}_{\text{base}} \cdot \text{hauteur} \\ &= \pi \cdot r^2 \cdot h \\ &= \pi r^2 h\end{aligned}$$

Exercice ML7-1

Calcule le volume et l'aire totale des cylindres droits suivants :

Cylindre			
Aire de la base			
Périmètre de la base			
Aire latérale			
Aire totale			
Volume			

Exercice ML7-2

Nous voulons comparer le volume et l'aire totale de trois objets :

Objet 1	Objet 2	Objet 3
Une pièce de 50 cents	Une pile CR2032	Un seul spaghetti
		
∅ 24 mm, h 2,4 mm	∅ 20 mm ; h 3,2 mm	∅ 2 mm ; h 25 cm

Sans faire de **calculs**, essaie de classer le volume et l'aire totale de ces objets dans l'ordre croissant :

$$\mathcal{V}_{.....} \quad < \quad \mathcal{V}_{.....} \quad < \quad \mathcal{V}_{.....}$$

$$\mathcal{A}_{.....} \quad < \quad \mathcal{A}_{.....} \quad < \quad \mathcal{A}_{.....}$$

Contrôle ta réponse en supposant que ces objets sont des cylindres droits et en **effectuant des calculs**. Ajuste éventuellement ton classement :

$$\mathcal{V}_{.....} \quad < \quad \mathcal{V}_{.....} \quad < \quad \mathcal{V}_{.....}$$

$$\mathcal{A}_{.....} \quad < \quad \mathcal{A}_{.....} \quad < \quad \mathcal{A}_{.....}$$

Exercice ML7-3

1) Calcule le volume de PVC nécessaire à la production d'un tuyau DN160 d'une longueur de 2 m, de diamètre externe de 160 mm et d'une épaisseur de la paroi de 4 mm.

2) Une plaque en bois de dimensions 100 cm x 100 cm x 18 mm est munie de 190 trous de diamètre 8mm. Calcule le poids de la plaque perforée, si tu sais que le bois utilisé à une densité de 700 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

3) Calcule le diamètre d'une conserve de tomates pelées sachant que la conserve devra contenir 500 ml et que la hauteur de la conserve est de 11 cm.

Mini leçon 8 : Les dés et les probabilités

Navigue sur mathigon.com et simule 500 lancers de dés avec un dé D4. Compte le nombre de fois que le dé montre un 1, 2, 3 ou 4. Divise ensuite le nombre d'apparences de chaque résultat par 500 pour calculer la fréquence.

500 lancers	**1**	**2**	**3**	**4**	Total
					
Fréquence					

Tu peux constater que les fréquences sont toutes approximativement égales à _________.

Pour un dé D4, tu peux conclure que la fréquence théorique d'obtenir un 1, un 2, un 3 ou un 4 est de _________________ .

Refais l'expérience avec un dé D6 en utilisant le lien suivant :

500 lancers	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	Total
							
Fréquence							

Tu peux constater que les fréquences sont toutes approximativement égales à _________.

Pour un dé D6, tu peux conclure que la fréquence théorique d'obtenir un 1, un 2, un 3, un 4, un 5 ou un 6 est de _________________ .

Complète les phrases suivantes :

La fréquence théorique d'obtenir un 7 avec un D8 est de _________________ .

La fréquence théorique d'obtenir un 10 avec un D10 est de _________________ .

La fréquence théorique d'obtenir un 3 avec un D20 est de _________________ .